ÉLECTRICITÉ

Tome I **MÉCANIQUE**

Tome II **ÉLECTRICITÉ**

Tome III **ONDES**

Tome IV **CHALEUR**

COURS DE PHYSIQUE

II

ÉLECTRICITÉ

PAR

J.-A. MONARD

PROFESSEUR AU GYMNASE FRANÇAIS DE BIENNE

EDITEUR

CENTRALE D'ACHATS DE LA VILLE DE BIENNE

RENNWEG 62 2501 BIENNE

1987

A toi qui as créé toutes choses,

à toi qui as laissé dans tes oeuvres les marques de ta sagesse et de ta puissance,

à toi qui as donné aux hommes une intelligence et leur as permis de percer quelques-uns des secrets de ta création,

à toi qui t'es révélé, qui as parlé dans ton Fils devenu homme, qui as parlé et qui parles encore dans la Bible - livre vivant,

à toi qui, malgré l'indifférence et le mépris du monde, malgré le meurtre de ton Fils, offres encore aux hommes ta grâce et ton salut,

à toi, ô Dieu, soient hommage et reconnaissance!

AVANT-PROPOS

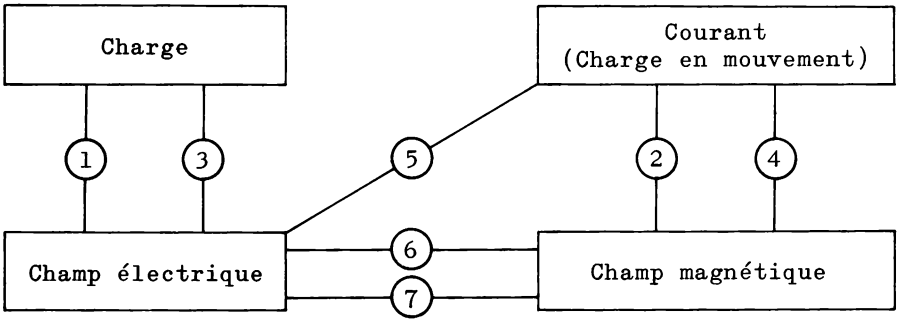
Cet ouvrage est le deuxième tome d'un cours de physique destiné aux élèves de gymnase. Il suppose acquises les notions de mécanique présentées dans le premier tome. Il suppose aussi que le lecteur possède quelques éléments de calcul vectoriel, de calcul différentiel et, pour quelques paragraphes, de calcul intégral. Il ne fait appel à aucune connaissance préalable d'électricité. Bien qu'il soit destiné en premier lieu aux élèves de gymnase, scientifiques ou littéraires, j'espère qu'il pourra être utile à tous ceux qui commencent l'étude de l'électricité en tant que branche de la physique. Certains paragraphes sont destinés surtout aux élèves scientifiques et peuvent sans inconvénient être laissés de côté par les élèves littéraires. L'ouvrage se termine par un recueil d'exercices.

J.-A. Monard

PREFACE

La théorie de l'électricité est basée sur quatre notions fondamentales: la charge, le courant, le champ électrique et le champ magnétique. Tous les phénomènes électriques peuvent, en principe, être expliqués par les interactions entre ces grandeurs. Ces interactions se résument de la façon suivante:

1. Un champ électrique exerce une force sur une charge.
2. Un champ magnétique exerce une force sur un courant (ou sur une charge en mouvement).
3. Une charge crée un champ électrique.
4. Un courant crée un champ magnétique.
5. Un champ électrique dans un conducteur provoque un courant.
6. Une variation de champ magnétique crée un champ électrique.
7. Une variation de champ électrique crée un champ magnétique.



Ces propriétés s'expriment quantitativement à l'aide des formules que voici:

1. $$\vec{F} = q\vec{E}. \qquad (*)$$

2. Formule de Laplace ou formule de Lorentz:

$$\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B} \qquad \text{ou} \qquad \vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}. \qquad (*)$$

3. Loi de Gauss relative au champ électrique:

$$\varepsilon \oiint \vec{E}.\vec{dS} = \iiint \rho \, dV.$$

4. Loi d'Ampère:

$$\oint \vec{B}.\vec{dr} = \mu \iint \vec{i}.\vec{dS}.$$

5. Loi d'Ohm:

$$U = RI \qquad \text{ou} \qquad \vec{i} = \gamma \vec{E}.$$

6. Loi d'induction:

$$\oint \vec{E}.\vec{dr} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B}.\vec{dS}.$$

7. Loi d'Ampère-Maxwell:

$$\oint \vec{B}.\vec{dr} = \mu \iint \vec{i}.\vec{dS} + \mu\varepsilon \frac{d}{dt} \iint \vec{E}.\vec{dS}. \qquad (**)$$

On complète cette liste par une huitième formule qui exprime une propriété du champ magnétique.

8. Loi de Gauss relative au champ magnétique:

$$\oiint \vec{B}.\vec{dS} = 0.$$

Les lois ci-dessus constituent une base axiomatique de l'électrodynamique. Elles sont fondées sur l'expérience: d'une part, c'est l'expérience qui a conduit à les postuler, d'autre part, leurs prédictions ont été vérifiées par l'expérience. Toutefois, elles sont indémontrables.

Les formules 3, 6, 7 et 8 sont les très célèbres <u>équations de Maxwell.</u>

Les lois ci-dessus peuvent être maniées par ceux qui ne connaissent pas le calcul intégral, pourvu qu'on limite les applications aux cas, qui sont très nombreux, où les circulations, les flux, les charges et les courants peuvent être calculés sans intégration. C'est dans cette perspective que se situe ce cours. Les équations contenant des intégrales seront écrites ainsi:

$$3. \qquad \varepsilon \Psi_e = Q_{enf}.$$

4. $C_o = \mu_o I_{enlacé}$

6. $U_o = - \frac{d\phi}{dt}$.

7. $C_o = \mu_o (I_{enlacé} + \varepsilon_o \frac{d\Psi}{dt})$.

8. $\phi_o = 0$.

Dans la présentation des phénomènes électriques, ce livre s'efforce de mettre en évidence les champs et leurs interactions avec les charges et les courants. La première partie présente les liens existant entre la charge et le champ électrique (propriétés 1 et 3). La deuxième partie étudie le courant, en relation avec le champ électrique qui le produit (propriété 5). La troisième partie introduit le champ magnétique et étudie ses rapports avec le courant (propriétés 2, 4 et 8). Ces trois parties traitent essentiellement de phénomènes stationnaires. La quatrième partie montre comment les deux champs sont liés l'un à l'autre (propriétés 6 et 7). Elle s'occupe essentiellement de phénomènes non stationnaires.

(*) Les relations 1 et 2 servent à la définition des champs.

(**) La relation 4 n'est qu'une forme particulière de la relation 7. Elle est valable dans le cas d'un champ électrique stationnaire. La relation 7 exprime donc à la fois la quatrième et la septième des propriétés mentionnées plus haut.

Première partie

LA CHARGE ET LE CHAMP ELECTRIQUE

Chapitre 1

CHARGE

A. ASPECT MACROSCOPIQUE

§ 1 Electrisation par frottement

Frottons différents objets l'un contre l'autre. Souvent nous n'observons rien de spécial. Pourtant, il arrive que les objets frottés soient dans un état particulier. Pensons par exemple à des cheveux bien séchés après un lavage. L'état particulier en question consiste essentiellement en ceci: les objets frottés exercent les uns sur les autres des forces d'attraction ou de répulsion. Ils sont dits électrisés. Suivant les corps frottés, l'électrisation est plus ou moins grande. Lorsqu'on frotte un bâton d'ébonite avec une étoffe de laine, ou un bâton de verre avec un feutre métallisé, on obtient des effets d'électrisation assez importants. Un corps qui n'est pas électrisé est dit neutre.

§ 2 Propriété fondamentale des charges

Prenons un objet électrisé quelconque A. Tout autre objet électrisé est ou attiré ou repoussé par A. Ce critère permet de partager l'ensemble des objets électrisés en deux catégories. L'expérience montre que deux corps de la même catégorie se repoussent toujours et qu'un corps d'une catégorie attire n'importe quel autre corps de l'autre catégorie. L'objet A doit donc être rangé dans la catégorie des corps qu'il repousse. Nous en concluons qu'il y a deux espèces d'électrisation et qu'il n'y en a que deux. Nous dirons qu'un corps électrisé possède une charge électrique. La justification de ce terme apparaîtra plus clairement dans la suite de ce chapitre. Comme il n'y a que deux espèces de charges, on peut appeler l'une, charge positive et l'autre, charge négative. Choisissant au hasard, on a appelé charge positive celle qui apparaît sur le verre.

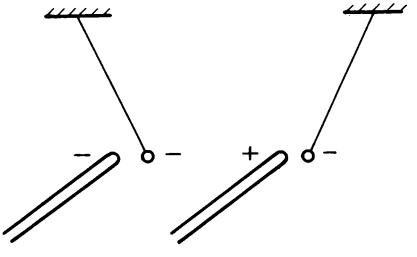
> Propriété fondamentale des charges: Les charges de même signe se repoussent. Les charges de signe contraire s'attirent.

§ 3 Transport et répartition des charges

Mettons un objet électrisé A en contact avec un objet non électrisé B, puis séparons-les l'un de l'autre. Nous pouvons constater que l'objet B possède une électrisation de même signe que celle de A et que l'électrisation de A a diminué. Nous interprétons cela en disant qu'une partie de la charge de A a passé sur B. La charge électrique peut être comparée à un fluide se répartissant entre les différents objets en contact.

Il est à remarquer toutefois que les charges ne se répartissent pas toujours. Si on frotte l'extrémité d'un bâton d'ébonite, les charges produites ne se répartissent pas dans tout le bâton. Si on met l'extrémité du bâton électrisé en contact avec une boule métallique fixée à un support de plexiglas, les charges se répartissent dans la boule mais ne traversent pas le support. Plus exactement, elles le traversent très lentement et au bout de quelques heures ou de quelques jours, on peut constater que la boule n'est plus chargée. Les corps à travers lesquels les charges peuvent facilement circuler sont appelés conducteurs. Ceux qu'elles ne peuvent que très difficilement traverser sont appelés isolants. Les métaux sont les conducteurs les plus importants. Le verre, l'ébonite, le plexiglas, la soie sont des isolants.

On peut illustrer tous ces faits par l'expérience suivante:



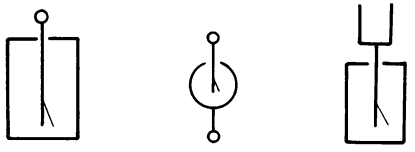
Un bâton d'ébonite portant des charges négatives est mis en contact avec une petite boule de papier d'aluminium suspendue par un fil de soie. Celle-ci se charge négativement et est fortement repoussée par le bâton. Si on approche de la boule chargée négativement un bâton de verre chargé positivement, elle est fortement attirée. Mais si elle entre en contact avec le bâton de verre, elle se charge positivement et s'éloigne de lui.

Les conduites d'eau, de chauffage central, de gaz, etc, constituent un vaste conducteur qui est pratiquement toujours neutre. Lorsqu'un objet chargé est mis en contact avec ce système, les charges se répartissent dans tout le conducteur mis à leur disposition. C'est dire que, pratiquement, elles disparaissent de l'objet chargé et s'en vont à la terre. On dit que l'objet est mis à la terre.

§ 4 Electroscope

C'est un instrument très commode pour mettre en évidence les charges. Il consiste en deux feuilles métalliques liées l'une à l'autre et formant un système isolé. Elles sont placées dans une cage transparente. Parfois les deux feuilles sont très légères et très souples. D'autres fois, l'une des feuilles est rigide, l'autre légère et mobile. Si on amène des charges électriques sur le système, les deux feuilles se repoussent et s'écartent l'une de l'autre. L'angle est d'autant plus grand que la charge portée par l'instrument est grande. Le dessin (1) montre l'électroscope. Le dessin (2) donne le schéma par lequel on a l'habitude de le représenter. Le dessin (3) montre un électroscope surmonté d'un cylindre de Faraday. On nomme ainsi une sorte de gobelet métallique relié aux feuilles. Lorsqu'on place un conducteur chargé à l'intérieur du cylindre et qu'on le met en contact avec celui-ci, la charge se communique entièrement à l'électroscope et l'objet est complètement déchargé. Cela sera expliqué plus tard (§ 68). En introduisant à plusieurs reprises un objet chargé dans le cylindre, on peut accumuler des charges sur l'électroscope.

(1) (2) (3)



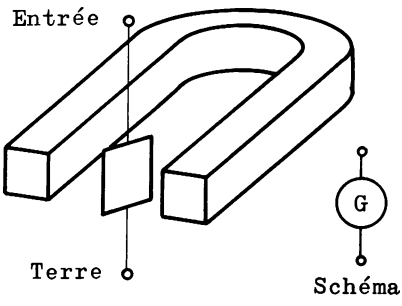
Malgré tout ce qui vient d'être dit, nous ne pouvons pas considérer l'électroscope comme l'instrument qui mesure les charges. Lorsqu'on met un corps chargé en contact avec un électroscope, les charges se répartissent dans tout le conducteur qui est à leur disposition. Les charges ne sont souvent pas toutes sur l'électroscope et l'instrument ne peut les mesurer.

Comme nous le verrons plus tard, l'électroscope est l'instrument qui mesure les tensions. Lorsqu'il est utilisé dans ce but, on lui donne plus volontiers le nom d'électromètre.

§ 5 Instrument de mesure: Galvanomètre balistique

Cet appareil consiste en une petite bobine tenue par des fils verticaux très fins et placée entre les pôles d'un aimant. Une des extrémités du fil est reliée à la terre. L'autre constitue l'entrée de l'instrument. Lorsqu'on met un objet chargé en contact avec l'entrée, la charge traverse la bobine et va à la terre. Comme un aimant exerce une force sur une charge en mouvement, le système mobile subit l'action d'un couple pendant l'instant très bref (souvent de l'ordre de 10^{-10} s)

où la charge le traverse. Il acquiert ainsi une vitesse initiale de rotation. Par leur torsion, les fils de suspension exercent un couple qui ralentit le mouvement de rotation, puis ramène le cadre à sa position d'équilibre. Suivant le signe de la charge introduite, la déflexion se fait dans un sens ou dans l'autre. Un petit miroir est fixé au cadre. Un rayon lumineux tombe sur ce miroir et est réfléchi sur une échelle. Lorsque le cadre tourne, le spot lumineux se déplace sur l'échelle.



Schéma

On peut montrer que l'amplitude de la première oscillation est proportionnelle à la charge qui a traversé le galvanomètre balistique. Il n'en est ainsi que si toute la charge traverse l'instrument en un temps très bref. Si des charges sont amenées petit à petit à l'entrée de l'appareil, il n'indique pas leur somme.

Nous verrons au chapitre 10 que le même instrument sert à la mesure des petits courants. On le nomme alors simplement galvanomètre.

On remarquera l'analogie qu'il y a entre le pendule balistique (étudié en mécanique) et le galvanomètre balistique.

§ 6 Addition algébrique des charges

Mettons en contact deux conducteurs portant des charges de signes contraires. Nous constatons qu'elles se compensent de la manière suivante: la charge portée par l'ensemble est égale à la différence des charges mises en présence, avec le signe de la plus grande en valeur absolue. Par exemple:

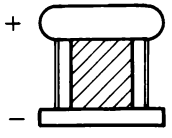
10 unités et - 3 unités donnent 7 unités,
4 unités et - 7 unités donnent - 3 unités,
5 unités et - 5 unités donnent 0 unités.

Les charges s'additionnent donc comme des nombres relatifs. Les appellations charges positives et charges négatives ne sont pas de simples noms.

Nous venons de voir comment les charges peuvent s'annuler les unes les autres. Voyons maintenant le phénomène inverse. Pre-

nons une étoffe de laine et un bâton d'ébonite. Assurons-nous qu'ils ne portent pas de charges, puis frottons-les l'un contre l'autre. Le galvanomètre balistique montre que le bâton est chargé négativement tandis que l'étoffe de laine est chargée positivement. Ce fait est général. Toutes les fois qu'on fait apparaître des charges quelque part, on fait apparaître ailleurs des charges de signe opposé. Cela conduit à considérer la matière neutre comme contenant un amalgame de charges positives et de charges négatives en quantités égales. Par frottement, on produit une séparation de charges.

§ 7 Générateur de Van de Graaff

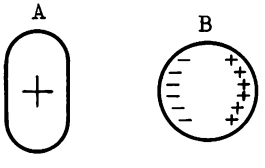


Au lieu des bâtons qu'on frotte avec des étoffes, il est plus commode de produire les charges avec un générateur de Van de Graaff. Il ne nous est pas possible de décrire ici en détail le fonctionnement de cet appareil. Disons simplement qu'il possède un ruban de matière isolante, fermé sur lui-même et tendu par deux rouleaux. Les charges sont produites par frottement du ruban sur un des rouleaux, sont transportées par le ruban vers une cage métallique arrondie, sont recueillies là grâce à des pointes et sont accumulées sur la cage. Cet instrument ne crée pas des charges, il ne fait qu'opérer une séparation de charges. On voit apparaître sur la cage des charges positives, par exemple, et sur le socle des charges négatives.

Des générateurs de Van de Graaff de grandes dimensions fonctionnent comme organes essentiels dans certains types d'accélérateurs de particules.

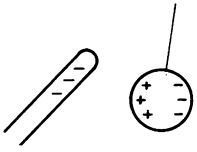
§ 8 Phénomène d'influence

Nous avons dit plus haut que la matière neutre peut être considérée comme contenant des charges positives et des charges négatives en quantités égales. Il résulte de ce fait qu'un corps chargé exerce une action sur les corps conducteurs non chargés qui se trouvent dans son voisinage.



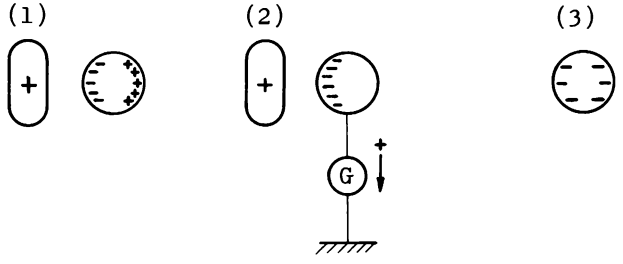
Mettons un corps A chargé positivement près d'un corps B, conducteur et non chargé. Les charges positives de B sont repoussées par A. Comme elles peuvent se déplacer, elles s'éloignent quelque peu de A. De façon analogue, les charges négatives de B se déplacent un peu

du côté de A. Il se produit ainsi dans le corps B une séparation de charges. Cette séparation est connue sous le nom de phénomène d'influence. Nous en indiquerons quelques conséquences.



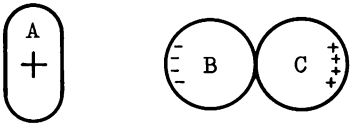
Lorsqu'on réalise l'expérience indiquée à la fin du paragraphe 3, on constate qu'un bâton électrisé attire légèrement la petite boule de papier d'aluminium, lorsqu'elle est neutre. Il en est ainsi à cause des charges produites dans la petite boule par influence. Les charges de même signe que celles du bâton sont plus éloignées que les charges de signe contraire. La répulsion est donc plus faible que l'attraction et la petite boule est attirée.

Grâce au phénomène d'influence, il est possible de charger un corps neutre sans le mettre en contact avec un corps chargé.



On place un corps conducteur neutre dans le voisinage d'un corps chargé (1). On relie à la terre le corps influencé (2). Les charges qui sont repoussées par le corps influençant s'en vont le plus loin possible. Elles vont donc à la terre. On peut les mesurer avec un galvanomètre balistique. Notons à ce propos qu'on peut mettre en contact avec la terre n'importe quel point du corps influencé: le résultat est toujours le même. On supprime le contact avec la terre puis on éloigne l'objet influençant (3). Le corps initialement neutre possède alors une charge de signe opposé à celle de l'objet initialement chargé.

Dans le voisinage d'un corps A chargé positivement, plaçons deux boules neutres B et C comme l'indique la figure. Les deux boules sont en contact l'une avec l'autre. Par influence, la boule B est chargée négativement et la boule C positivement. Pour le vé-



rifier, on peut supprimer d'abord le contact entre les deux boules, les éloigner ensuite de la zone d'influence du corps A et mesurer enfin leurs charges avec un galvanomètre balistique.

Bien que nous ne puissions le démontrer ici, il est utile que nous disions que les charges produites par influence ne dépassent jamais - quant à leurs valeurs absolues - les charges qui les produisent. Elles sont au plus égales. Lorsqu'il en est ainsi, on dit que l'influence est totale. Nous reprendrons ce sujet au paragraphe 68.

B. ASPECT MICROSCOPIQUE

§ 9 Structure de la matière

Les connaissances actuelles sur la structure de la matière permettent d'expliquer dans une certaine mesure ce qui a été exposé dans les paragraphes précédents.

La matière est composée d'atomes. Un atome possède un noyau et des électrons. Les électrons sont beaucoup plus légers que le noyau et tournent autour de lui comme les planètes autour du soleil. Le noyau est formé de particules de deux sortes: les protons et les neutrons. On les appelle nucléons. Un proton possède une charge électrique positive et un électron, une charge négative de même grandeur. Un neutron n'a pas de charge.

Le noyau exerce des forces d'attraction électrique sur les électrons. Cette force les maintient liés au noyau dans leurs mouvements orbitaux, comme la force de gravitation maintient les planètes liées au Soleil.

Comme ils possèdent des charges de même signe, les protons se repoussent les uns les autres. Le noyau ne pourrait exister s'il n'y avait des forces nucléaires, dont l'action ne se fait sentir qu'à très courte distance, et qui maintiennent les nucléons liés les uns aux autres.

A l'état normal, un atome possède autant d'électrons que de protons. Il est neutre. Et la matière, composée d'un ensemble d'atomes, est en général neutre.

§ 10 Excès et défauts d'électrons

Les électrons ne sont pas liés rigidement à leurs atomes. Lorsqu'on frotte un bâton d'ébonite avec une étoffe de laine, des électrons sont arrachés à celle-ci et se fixent sur le bâton. Ces deux objets acquièrent donc des charges opposées. D'une manière générale, on peut dire qu'un corps chargé négativement a un excès d'électrons et qu'un corps chargé positivement a un défaut d'électrons. Un objet donné a un nombre bien déterminé d'atomes. Si on le charge positivement ou négativement, le nombre de ses noyaux et de ses protons ne change pas. C'est seulement le nombre des électrons qui est ou plus petit ou plus grand qu'à l'état neutre.

L'addition algébrique des charges est une conséquence immédiate de ce que nous venons de dire relativement aux excès et aux défauts d'électrons. Montrons-le dans un exemple. On met en contact un corps chargé positivement auquel il manque 200 milliards d'électrons et un corps chargé négativement ayant 150 milliards d'électrons de trop. Le système est chargé positivement car il lui manque 50 milliards d'électrons. Prenons comme unité de charge la charge d'un milliard de protons. Au groupement de charges indiqué, on peut associer l'addition:

$$(+\ 200) + (-\ 150) = (+\ 50).$$

On constate donc que les charges s'additionnent comme les nombres relatifs.

§ 11 Conservation de la charge

La charge électrique est liée d'une manière indissoluble à la matière, soit dans les protons soit dans les électrons. Sauf cas exceptionnels, les particules ne se créent ni ne se perdent. La conservation de la matière implique donc la conservation de la charge.

> Loi de la conservation de la charge: Dans un système isolé, la charge totale est constante.

Par système isolé, on entend un système dans lequel il n'entre aucune charge et duquel il ne sort aucune charge.

Chose remarquable, même dans les cas où la matière ne se conserve pas, la charge se conserve. Voici un exemple. Diverses réactions nucléaires peuvent donner naissance à un électron positif ou positon. Lorsqu'un positon rencontre un électron négatif ou négaton, les deux particules se combinent et se détruisent l'une l'autre. La matière disparaît et il apparaît

deux rayons γ. Ceux-ci emportent l'énergie correspondant à la masse des électrons, selon la formule relativiste $W = mc^2$. La charge totale du système est nulle dans l'état initial comme dans l'état final. La loi de conservation de la charge est donc satisfaite.

§ 12 Unité de charge

Le système d'unités MKS, dans lequel se développe la mécanique, doit être complété lorsqu'on aborde l'électricité. Il devient le système MKSA ou Giorgi, que nous présenterons au paragraphe 81. (Voir note ci-dessous.)

Dans le système MKSA, l'unité de charge est le coulomb (abréviation: C). Sa définition se déduit de celle de l'ampère (§§ 146 et 80). Qu'il nous suffise de dire ici que le coulomb est la charge portée par un ensemble de $6{,}24.10^{18}$ protons.

La charge du proton constitue une unité naturelle de charge et, bien qu'elle n'appartienne pas au système MKSA, elle est parfois utilisée.

Le tableau suivant donne la masse et la charge de quelques particules importantes.

	masse	charge
électron	$0{,}911.10^{-30}$ kg	$-1{,}602.10^{-19}$ C
proton	$1{,}672.10^{-27}$ kg	$1{,}602.10^{-19}$ C
neutron	$1{,}675.10^{-27}$ kg	0
deuton	$3{,}344.10^{-27}$ kg	$1{,}602.10^{-19}$ C
particule α	$6{,}646.10^{-27}$ kg	$3{,}204.10^{-19}$ C

Nous désignerons la charge du proton par e et celle de l'électron par -e.

Note. Les systèmes MKS et MKSA sont des sous-ensembles du SI (Système international d'unités) qui comprend les sept unités fondamentales: mètre, kilogramme, seconde, ampère, kelvin, candela et mole. Pour plus de détails, voir Tome I: Mécanique.

C. MOUVEMENTS DE CHARGES

§ 13 Conducteurs et isolants

Rappelons qu'un corps est dit conducteur si les charges peuvent facilement y circuler, et que dans le cas contraire, il est dit isolant. La propriété d'un corps d'être un conducteur ou un isolant vient de sa structure microscopique. Un corps est conducteur lorsqu'il possède des particules chargées susceptibles de se déplacer. S'il en possède beaucoup et qu'elles se déplacent facilement, c'est un bon conducteur.

La distinction entre conducteurs et isolants n'est pas absolue. Tous les corps sont plus ou moins conducteurs. Ceux qu'on appelle isolants sont en fait de très mauvais conducteurs.

Il y a deux classes de bons conducteurs: les métaux et les solutions électrolytiques. Ces corps possèdent des charges mobiles en très grand nombre: ce sont les électrons libres et les ions, respectivement.

Lorsque les particules chargées et mobiles d'un conducteur subissent un déplacement d'ensemble, il y a, au point de vue macroscopique, un mouvement de charge. A un tel mouvement, on donne le nom de courant électrique.

§ 14 Courant dans un métal

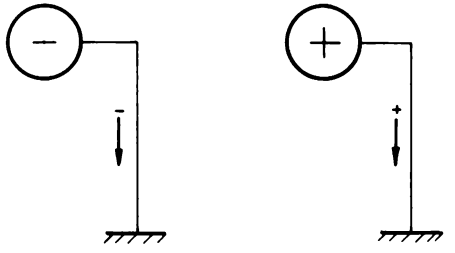
Les métaux ont la particularité suivante: un certain nombre d'électrons ne sont pas liés à leurs atomes mais circulent librement. Ce sont les électrons libres. Ils remplissent le corps métallique comme un gaz remplit un récipient, aussi parle-t-on volontiers de gaz électronique. Le nombre d'électrons libres est de l'ordre de 1 par atome. Les autres électrons tournent autour de leurs noyaux. Ce sont les électrons liés. Dans un métal à l'état solide, les noyaux, avec les électrons qui leur sont liés, ont des positions bien déterminées. Les seules charges mobiles sont les électrons libres. Ce sont eux qui sont responsables de la conductibilité du métal.

Les électrons libres d'un métal sont continuellement en mouvement, car ils participent à l'agitation thermique. Mais, macroscopiquement, ce mouvement ne joue aucun rôle. Par contre, si les électrons libres subissent un déplacement d'ensemble, le métal est le siège d'un courant électrique. Pour illustrer ces mouvements de charges, nous pouvons comparer les électrons libres aux molécules de l'air. Dans une atmosphère calme, les molécules prises isolément ont de très grandes vi-

tesses. Mais ces mouvements ayant lieu au hasard, dans toutes les directions, il n'y a pas de déplacement d'ensemble. Lorsqu'il y a du vent, un déplacement systématique se superpose au mouvement rapide et désordonné des molécules.

§ 15 Sens du courant

Examinons ce qui se passe lorsqu'une boule métallique chargée est mise en contact avec la terre par un fil métallique. L'ensemble boule-fil-terre constitue un conducteur. Des charges sont accumulées dans une partie de ce conducteur. Comme elles se repoussent les unes les autres, elles ont tendance à occuper toute la place mise à leur disposition. Elles vont donc s'écouler à travers le fil et se répartir dans la terre. Finalement, il n'en reste pratiquement plus dans la boule. Pendant un instant, le fil est donc le siège d'un courant électrique. Si la boule est chargée négativement, les électrons libres circulent de la boule vers la terre. Si elle est chargée positivement, ils circulent de la terre vers la boule.



Examinons de plus près ce dernier cas. En envisageant les charges au point de vue global ou macroscopique, nous avons deux interprétations équivalentes du phénomène. Nous pouvons dire que les charges positives ont quitté la boule et sont allées à la terre. Nous pouvons dire aussi que des charges négatives sont venues de la terre compenser les charges positives de la boule. Si nous ignorons la structure de la matière, rien ne permet de décider entre ces deux interprétations. Nous en concluons qu'un déplacement de charges positives dans un sens est parfaitement équivalent à un déplacement de charges négatives dans l'autre sens. Lorsqu'on est en présence d'un courant électrique, on pourrait toujours indiquer pour celui-ci deux sens: le sens de déplacement des charges positives et celui des charges négatives. Pour simplifier, on fait la convention suivante: on donne au courant électrique le sens de déplacement des charges positives. Il en résulte que dans un conducteur métallique, le sens du courant est toujours l'opposé du sens de déplacement des transporteurs de charges (les électrons libres).

§ 16 Courant dans une solution électrolytique

Les solutions électrolytiques constituent la seconde classe importante de conducteurs. Elles sont obtenues par la dissociation de molécules en ions. Un ion positif est un atome ou un groupe d'atomes auquel il manque un ou plusieurs électrons. Exemples: Na^+, Cu^{++}, NH_4^+. Un ion négatif est un atome ou un groupe d'atomes ayant un ou plusieurs électrons de trop. Exemples: Cl^-, NO_3^-, SO_4^{--}.

Si, à deux endroits d'une solution électrolytique, on place deux pièces métalliques (qu'on appelle alors électrodes), chargées l'une positivement (anode) l'autre négativement (cathode), les ions sont attirés par une des électrodes et repoussés par l'autre. Ce déplacement systématique de charges constitue un courant électrique dans la solution. Les ions positifs circulent dans le sens anode-cathode. Leur déplacement constitue donc un courant allant de l'anode à la cathode. Les ions négatifs circulent dans le sens cathode-anode, mais leur déplacement est équivalent, du point de vue global, à un courant allant en sens inverse. Ainsi, tous les ions contribuent à un courant allant de l'anode à la cathode.

Disons en passant qu'on peut avoir des ions ailleurs que dans les solutions. Il y en a dans une flamme, dans les gaz constituant les étoiles, dans un gaz où se produit une décharge électrique, etc.

Chapitre 2

CHAMP ELECTRIQUE

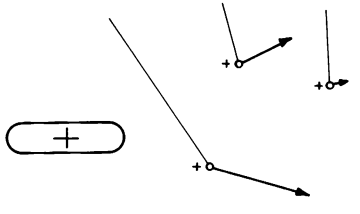
A. PROPRIETE FONDAMENTALE ET DEFINITION

§ 17 Introduction

On se propose d'étudier les forces exercées par les charges les unes sur les autres. On pourrait commencer par examiner le cas de deux charges ponctuelles. On appliquerait ensuite les résultats de cette étude aux systèmes plus complexes. Pour calculer la force exercée sur une charge ponctuelle q par un ensemble de charges réparties d'une manière quelconque, on considérerait la force exercée sur q par chaque autre charge, puis on déterminerait leur résultante. A l'usage, cette méthode se révèle compliquée et peu efficace.

On peut adopter un autre point de vue. Soient un ensemble de charges réparties d'une manière aussi compliquée qu'on le voudra. On considère que ces charges créent quelque chose dans l'espace qui les environne. Ce "quelque chose", on le nomme champ électrique. Si on place une charge ponctuelle q dans le voisinage des premières, on attribue la force qu'elle subit au champ électrique et non aux autres charges. La propriété fondamentale d'un champ électrique est donc d'exercer une force sur tout corps d'épreuve chargé placé dans son sein. Cette propriété servira à définir le champ. On considère le champ électrique comme existant, même s'il n'y a pas de corps d'épreuve pour le mettre en évidence.

Exemple: Les charges qui apparaissent sur la cage d'un générateur de Van de Graaff créent un champ électrique qu'on peut mettre en évidence avec une petite boule de papier d'aluminium chargée et suspendue à un fil de soie. En chaque point de l'espace avoisinant le générateur, la petite boule subit une force qu'il serait possible de mesurer.



Il y a donc deux relations bien distinctes entre charges et champ. 1. Les charges produisent un champ autour d'elles. 2. Un champ exerce une force sur toute charge placée en son sein.

Dans ce qui précède, le champ électrique apparait comme une notion auxiliaire. En fait, c'est une des notions les plus fondamentales de la physique. On doit considérer le champ électrique comme ayant autant de réalité qu'une masse, une force ou une énergie. Nous verrons plus tard qu'il possède des propriétés, c'est-à-dire que sa structure est conditionnée par des lois physiques. Nous verrons en outre qu'on peut lui associer une certaine répartition d'énergie dans l'espace. Nous voulons dire que dans n'importe quel petit volume où règne un champ électrique, une énergie se trouve localisée, énergie d'autant plus grande que le champ est plus intense.

§ 18 Définition du champ électrique

Jusqu'ici, nous avons parlé du champ électrique d'une manière globale, comme de quelque chose qui s'installe dans l'espace environnant les charges.

Choisissons maintenant un point précis d'un champ électrique et plaçons-y un corps d'épreuve de charge variable q. L'expérience montre que la force $\vec{F}$ exercée par le champ sur ce corps varie comme suit:

1. Sa grandeur est proportionnelle à la charge du corps d'épreuve.
2. Sa direction est fixe.
3. Son sens change en même temps que le signe de la charge du corps d'épreuve.

D'après la première propriété, nous pouvons écrire $F = E\,q$ où E est une constante de proportionnalité. Le mot constante a le sens suivant: en un point bien déterminé, lorsque q et F varient, E est fixe. Par contre, si on place la charge q en un autre point, le facteur E pourra prendre une autre valeur. Ainsi, la grandeur E dépend du point où l'on opère mais ne dépend pas de la charge du corps d'épreuve. E caractérise le champ électrique.

La relation ci-dessus pourrait-elle être écrite vectoriellement ?

$$\vec{F} = \vec{E}\,q.$$

La constante de proportionnalité serait ici un vecteur constant. Nous vérifions immédiatement que cette relation traduit

les propriétés 2 et 3: $\vec{E}$ étant fixe, $\vec{F}$ a une direction fixe et son sens varie en même temps que le signe de q. Le vecteur $\vec{E}$ caractérise donc d'une manière parfaite le champ électrique au point considéré. Nous le prenons comme définition du champ électrique en ce point. La relation ci-dessus pouvant s'écrire $\vec{E} = \vec{F}/q$, nous énonçons:

> Définition: Le champ électrique en un point de l'espace est le quotient de la force qui s'exerce sur un corps chargé placé en ce point, par la charge de ce corps.

Si une même charge est placée en différents points d'un champ électrique, la force qu'elle subit varie en général en grandeur et en direction. Le vecteur $\vec{E}$ varie d'une manière analogue. L'ensemble des vecteurs $\vec{E}$ définis en chaque point de l'espace constitue un champ vectoriel. Au paragraphe précédent, nous avons parlé du champ électrique d'une manière globale. Envisagé sous cet angle, il doit être assimilé au champ vectoriel constitué par l'ensemble des vecteurs $\vec{E}$.

Il découle de la définition ci-dessus qu'une charge électrique q, placée en un point où le champ électrique vaut $\vec{E}$, subit une force $\vec{F}$ valant:

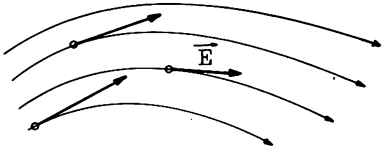
$$\vec{F} = q\,\vec{E}.$$

> Propriété fondamentale du champ électrique: Un champ électrique exerce sur une charge une force égale au produit de cette charge par la valeur du champ au point où elle se trouve.

Dans le système MKSA, l'unité d'intensité du champ électrique est le newton/coulomb. Nous verrons au chapitre suivant que cette unité est équivalente au volt/mètre, qui est d'un usage plus fréquent.

§ 19 Lignes de champ

Si un point se déplace dans un champ électrique en suivant toujours la direction et le sens indiqués par le vecteur-champ, il décrit une ligne qu'on appelle ligne de champ. On peut aussi définir une ligne de champ comme une ligne qui est en tout point tangente au vecteur-champ.

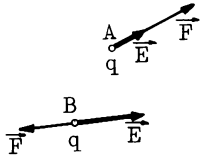


Les lignes de champ ne peuvent se croiser. Si deux lignes de champ se croisaient, il y aurait, au point de coupe, deux directions différentes pour le vecteur-champ.

B. APPLICATIONS

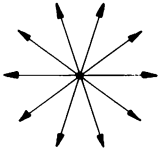
§ 20 Champ produit par une charge ponctuelle

Etudions d'abord le champ produit par une charge ponctuelle positive Q. Nous nous proposons de déterminer le champ électrique en deux points A et B, situés dans le voisinage de Q. Plaçons au point A une charge d'épreuve q. Le signe de q n'a pas d'importance. Choisissons par exemple une charge q positive. Elle subit une répulsion $\vec{F}$ de la part de Q. Cette force, nous l'attribuons au champ électrique $\vec{E}$ produit par Q. D'après la relation $\vec{E} = \vec{F}/q$, nous pouvons conclure, puisque q est positif, que $\vec{E}$ a la même direction et le même sens que $\vec{F}$. Le vecteur-champ est donc porté par une droite passant par Q et il est orienté comme l'indique la figure. Si on prend un corps d'épreuve chargé négativement (c'est ce qui est fait au point B), la force $\vec{F}$ est attractive. D'après la relation $\vec{E} = \vec{F}/q$, on peut conclure, puisque q est négatif, que $\vec{E}$ a la même direction que $\vec{F}$, mais le sens contraire. Ainsi, en tout point du voisinage de Q, le vecteur $\vec{E}$ est radial et orienté vers l'extérieur.

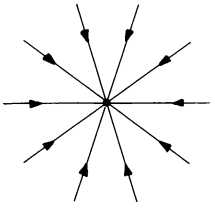


Le lecteur remarquera qu'en un point bien déterminé, la force subie par une charge d'épreuve peut prendre différentes grandeurs et différents sens, mais que le vecteur $\vec{E}$ est indépendant de la charge d'épreuve. Il ne dépend que de la charge Q qui le produit.

En considérant l'ensemble des vecteurs $\vec{E}$ dans le voisinage de Q, on détermine aisément les lignes de champ: ce sont des demi-droites issues de Q. Les lignes du champ produit par une charge ponctuelle positive sont donc radiales et la charge constitue l'origine de ces lignes.



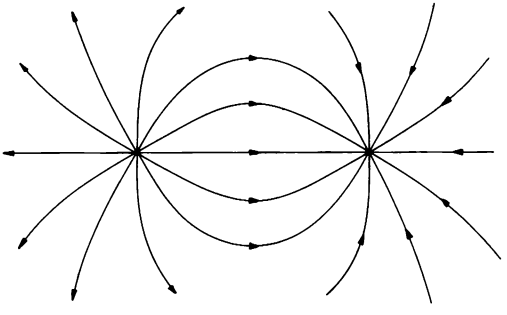
Dans le cas d'une charge ponctuelle négative, une étude analogue montre que les vecteurs-champ sont orientés en sens inverse. Les lignes du champ sont radiales et la charge constitue l'extrémité de ces lignes.



Au paragraphe 57, nous compléterons cette étude en déterminant l'intensité du champ en un point, en fonction de la charge et de la distance entre la charge et ce point.

§ 21 Champ produit par un ensemble de charges

Soit un ensemble de charges ponctuelles. Dans le voisinage immédiat d'une charge, le champ créé par cette charge est beaucoup plus intense que celui que créent les autres charges. Ainsi, dans ce voisinage, le champ a la forme indiquée au paragraphe précédent. En des points plus distants, la forme du champ est influencée d'une manière toujours plus importante par la présence des autres charges.



Nous constatons donc que les charges positives constituent les origines des lignes de champ et que les charges négatives en sont les extrémités. Le dessin ci-dessus montre le champ produit par deux charges opposées. Voir annexe, page 285.

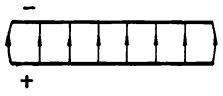
Nous verrons plus tard qu'un champ électrique peut être causé par autre chose que des charges et que les lignes de champ peuvent être des courbes fermées (champ électrique induit). Mais dans le cas d'un champ produit par des charges, les lignes de champ vont toujours des charges positives aux charges négatives.

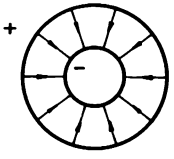
§ 22 Mise en évidence expérimentale du champ électrique

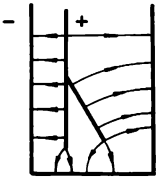
Dans un récipient contenant de l'huile et de petits grains de semoule, on place des pièces métalliques de différentes formes (deux plaques parallèles, deux anneaux concentriques, le modèle d'un électroscope), et on les charge avec un générateur

de Van de Graaff.

Les grains de semoule qui sont en contact avec une pièce métallique se chargent. Le champ exerce sur eux des forces qui les font se déplacer dans un sens ou dans l'autre. Ils décrivent ainsi des trajectoires qui sont approximativement des lignes de champ. Ils ont un mouvement de va-et-vient entre les pièces métalliques.





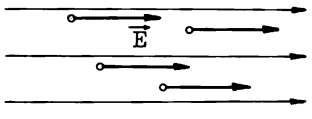


Les grains qui ne sont pas chargés se collent les uns aux autres et forment des chaînes suivant les lignes de champ. Nous ne pouvons expliquer ici ce phénomène.

Conformément aux conclusions du paragraphe précédent, on remarque que les lignes de champ vont toujours d'une pièce chargée à l'autre. En outre, on observe que les extrémités des lignes de champ sont perpendiculaires aux surfaces métalliques. Ce fait sera justifié au paragraphe 47.

§ 23 Champ uniforme

On appelle ainsi un champ dans lequel le vecteur-champ est partout le même. Les lignes d'un tel champ sont des droites parallèles.



On peut réaliser pratiquement un champ uniforme en plaçant des charges opposées sur les armatures d'un condensateur plan. C'est ce que nous avons constaté dans la première des expériences indiquées au paragraphe précédent. Un condensateur plan est l'ensemble de deux plaques métalliques planes, parallèles et isolées l'une de l'autre. Vers les bords, les lignes de champ s'incurvent légèrement. Si la distance entre les plaques est faible par rapport à leur longueur (ou leur diamètre), la plus grande partie de l'espace compris entre les plaques est le siège d'un champ uniforme. A l'extérieur, l'intensité du champ est négligeable.

§ 24 Champ dans un conducteur

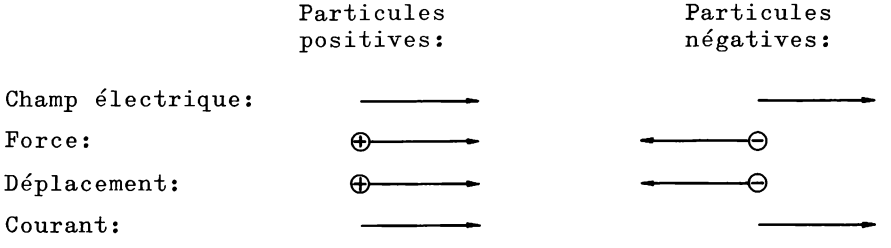
Rappelons qu'un conducteur est un corps dans lequel il existe des particules chargées mobiles. Si on établit un champ électrique dans un conducteur, toutes les particules chargées subissent une force. Celles qui sont susceptibles de se déplacer prennent, sous l'influence de cette force, un mouvement d'ensemble. Il apparaît donc un courant électrique.

> Propriété fondamentale des conducteurs: Un champ électrique dans un conducteur y provoque un courant.

Si c'est dans un métal qu'il y a un champ électrique, les électrons libres subissent une force et se déplacent. Les noyaux et les électrons liés subissent aussi une force, mais ils ne peuvent se déplacer.

Si un champ électrique règne dans une solution électrolytique, les ions se déplacent - les ions positifs dans le sens du champ et les ions négatifs en sens inverse - de sorte que le liquide devient le siège d'un courant électrique.

Nous ne voulons pas faire ici l'étude mécanique du déplacement des particules chargées. Nous en dirons quelques mots dans le chapitre 11. Le schéma ci-dessous montre que le courant a toujours la même direction et le même sens que le champ qui le produit, et cela quel que soit le signe des charges des particules mobiles.



§ 25 Champ électrostatique

> Définitions:
>
> 1. L'électrostatique est l'étude des phénomènes électriques relatifs à des charges immobiles.
>
> 2. On appelle champ électrostatique un champ électrique produit par des charges immobiles.

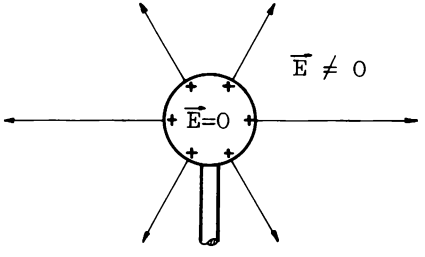
Dans un champ électrostatique, il n'existe donc pas de courants.

Nous venons de voir que s'il y a un champ électrique dans un conducteur, cela y produit un courant. En électrostatique, comme il n'y a pas de mouvements de charges, le champ électrique à l'intérieur des conducteurs ne saurait être différent de zéro. Nous pouvons énoncer:

> En électrostatique, le champ électrique à l'intérieur des conducteurs est nul en tout point.

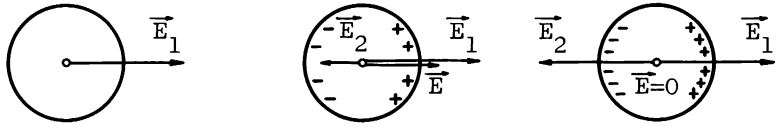
Soit une boule métallique fixée à un support isolant. Supposons qu'à l'aide d'un fil métallique, on amène sur cette boule des charges produites par un générateur de Van de Graaff. A-t-on affaire à une situation électrostatique ou non ? Au moment où l'on établit le contact entre le générateur et la boule, il y a un mouvement de charges. Ce mouvement dure un temps extrêmement court (peut-être 10^{-10} s) puis les charges trouvent leur équilibre. On a donc très rapidement, sinon immédiatement, une situation électrostatique.

Dans l'exemple que nous venons de considérer, comment les charges se répartissent-elles dans la boule ? A l'intérieur du métal, le champ électrique est identiquement nul. Comme nous le démontrerons au paragraphe 62, cela implique que les charges ne s'y trouvent pas. On en conclut qu'elles se répartissent à la surface de la boule.



§ 26 Explication du phénomène d'influence

Que se passe-t-il lorsqu'on place un conducteur neutre dans un champ électrique ? Pour fixer les idées, considérons une sphère métallique placée dans un champ $\vec{E}_1$, orienté vers la droite.



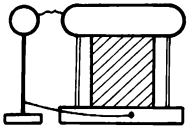
Etat initial Etat intermédiaire Etat final

Tout d'abord, le champ $\vec{E}_1$ exerce sur les électrons libres une force qui les déplace vers la gauche. La partie droite de la sphère est ainsi chargée positivement, la partie gauche négativement. Ces charges produites par influence créent un champ électrique $\vec{E}_2$ dirigé vers la gauche. (Car des charges créent un champ dont les lignes vont des charges positives aux charges négatives). Le champ électrique régnant effectivement dans le métal est la somme vectorielle des champs $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$. Le champ $\vec{E}_2$ croît au fur et à mesure que les électrons libres se déplacent. Comme il est de sens opposé à $\vec{E}_1$, le champ résultant décroît. Ce champ résultant, aussi longtemps qu'il est différent de zéro, entraîne des électrons libres vers la gauche. Lorsqu'un nombre suffisant de charges ont été déplacées, $\vec{E}_2$ est aussi grand que $\vec{E}_1$. Dès lors, le champ résultant à l'intérieur du métal est nul, le mouvement de charges cesse et l'état d'équilibre est atteint.

Tout ce processus s'opère dans un temps extrêmement petit.

§ 27 Décharge dans un gaz

Soient deux corps métalliques voisins l'un de l'autres. Plaçons sur l'un d'eux des charges positives, sur l'autre des charges négatives et cela en quantités toujours plus grandes. Soudain, nous voyons apparaître entre les deux objets, une étincelle qui les décharge. Cela s'explique ainsi: Dans la région qui sépare les deux objets, le champ électrique est toujours plus intense. Supposons qu'un électron libre se trouve dans cette région. Il subit une accélération et acquiert rapidement une grande énergie cinétique. Après un parcours plus ou moins long, il heurte une molécule de l'atmosphère et la ionise. D'autres électrons sont ainsi libérés et à leur tour ionisent des molécules. Il se produit ainsi une avalanche d'électrons et une sorte de canal d'ions entre les deux objets chargés. Celui-ci apparaît à nos yeux comme une étincelle. Par ce canal d'air conducteur, les objets se déchargent.



Ce processus doit être amorcé par un électron libre. L'atmosphère en contient toujours, à cause des chocs des rayons cosmiques contre les molécules de l'air.

Chapitre 3

TENSION

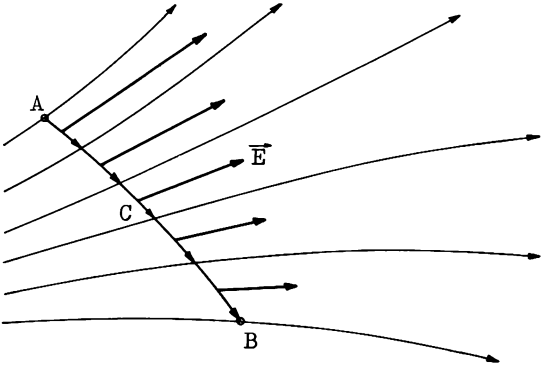
A. DEFINITION ET PROPRIETES

§ 28 Définition

La définition de la tension est très proche de celle du travail, telle que nous l'avons donnée dans le cours de Mécanique. Nous y renvoyons le lecteur.

La tension se définit entre deux points d'un champ électrique, pris dans un certain ordre. Elle est relative à un chemin joignant ces points.

Considérons deux points A et B d'un certain champ électrique. Joignons-les par une courbe C. Nous allons définir la tension entre A et B, par le chemin C, tension que nous noterons



$$U_{AB}(C).$$

Partageons la courbe C en tronçons suffisamment petits pour qu'ils puissent être considérés comme rectilignes et pour que sur chacun d'eux, le champ électrique soit pratiquement uniforme. Orientons chaque tronçon dans le sens de parcours de A vers B. Nous obtenons ainsi de petits vecteurs que nous numérotons de 1 à n. Nous désignons ces petits éléments de chemin par $\overrightarrow{\Delta r_1}$, $\overrightarrow{\Delta r_2}$, ..., $\overrightarrow{\Delta r_n}$. Désignons par $\vec{E}_i$ (i = 1, 2, ..., n) la valeur moyenne du champ électrique sur le i-ème tronçon. Par définition, la tension entre les points et par le chemin donnés est la somme des

produits scalaires des éléments de chemin par les valeurs correspondantes du champ électrique. En désignant la tension par U, on a:

$$U = \sum \vec{E}_i . \overrightarrow{\Delta r}_i .$$

De façon plus rigoureuse, la tension est la limite de cette somme lorsque tous les éléments de chemin tendent vers zéro. Le nombre de termes de la somme tend alors vers l'infini. Cette limite est appelée intégrale curviligne. On peut énoncer la définition suivante: La tension entre deux points, par un certain chemin, est l'intégrale curviligne du champ électrique le long de ce chemin. On écrit:

$$U = \int \vec{E} . \overrightarrow{dr} .$$

Les termes $\vec{E}_i . \overrightarrow{\Delta r}_i$ sont appelés tensions élémentaires.

§ 29 Unité de tension

Dans le système MKSA, l'unité de tension est appelée volt (abréviation: V). Une tension étant le produit d'un champ électrique par une longueur, on a:

$$1\ V = 1\ \frac{N}{C} \cdot 1\ m \qquad \text{ou} \qquad 1\ V = 1\ \frac{J}{C} .$$

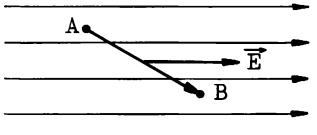
On déduit de là que: $1\ \frac{N}{C} = 1\ \frac{V}{m} .$

Ainsi que nous l'avons indiqué plus haut, l'unité N/C, qui sert à mesurer le champ électrique, est équivalente à l'unité V/m.

C'est du terme volt que dérive le nom de voltage, donné parfois à la tension dans le langage populaire.

§ 30 Tension dans un champ uniforme

Calculons d'abord la tension entre deux points A et B d'un champ uniforme, par un chemin rectiligne. Comme le chemin entier satisfait aux deux conditions imposées aux tronçons en lesquels on pourrait le diviser, il est évident que le partage est inutile. Il n'y



a donc qu'un tronçon et la définition fournit, si l'on désigne le chemin par $\vec{d}$,

$$\boxed{U = \vec{E}.\vec{d}.}$$

Si les points A et B sont sur une même ligne de champ, l'angle formé par les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{d}$ vaut 0 ou 180°. La tension entre ces points vaut donc

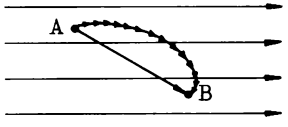
$$U = Ed \qquad \text{ou} \qquad U = -Ed,$$

suivant que le chemin et le champ sont de même sens ou de sens contraires.

Si les points A et B sont dans un même plan perpendiculaire aux lignes de champ, on a évidemment

$$U = 0.$$

Calculons maintenant la tension entre deux points A et B d'un champ uniforme, par un chemin quelconque. Les vecteurs-champ étant partout les mêmes, on a, d'après la définition:

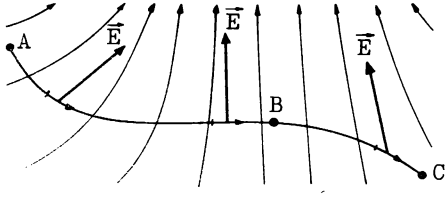


$$U = \sum \vec{E}.\overrightarrow{\Delta r}_i = \vec{E}.\sum \overrightarrow{\Delta r}_i = \vec{E}.\vec{d}.$$

Dans la première somme, nous avons mis en évidence le facteur constant $\vec{E}$. La deuxième somme est égale à $\vec{d}$ car tous les vecteurs $\overrightarrow{\Delta r}_i$ sont consécutifs. Ainsi nous constatons que dans un champ uniforme, la tension entre deux points par un chemin quelconque est égale à la tension entre ces points par un chemin rectiligne. Cela signifie que dans un champ uniforme, la tension entre deux points est indépendante du chemin.

§ 31 Propriétés de la tension

1. Considérons un chemin constitué de deux tronçons quelconques AB et BC situés dans un champ quelconque. Les tensions relatives aux chemins AB et BC sont les sommes des tensions élémentaires calculées sur ces deux chemins. La somme de ces deux sommes est la somme des tensions



élémentaires calculées sur le chemin AC. C'est donc la tension entre A et C. On peut écrire:

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}.$$

Propriété 1 (ou règle d'addition des tensions): La tension relative à un chemin est égale à la somme des tensions relatives à des tronçons consécutifs constituant ce chemin.

2. Le signe d'un produit scalaire étant déterminé par la valeur du cosinus de l'angle des deux vecteurs, on peut énoncer:

Propriété 2: Lorsque l'angle formé par le chemin avec le vecteur-champ est aigu ou nul, la tension élémentaire est positive. Lorsque cet angle est droit, elle est nulle. Lorsque cet angle est obtus ou plat, elle est négative.

3. Lorsqu'on change le sens de parcours d'un chemin, on change le sens de tous les $\overrightarrow{\Delta r_i}$. Cela change le signe de toutes les tensions élémentaires. Il en résulte:

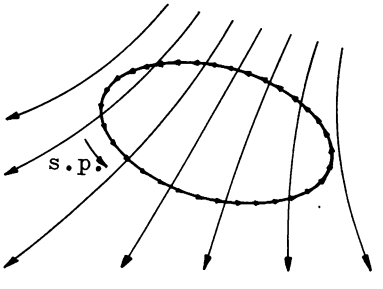
Propriété 3: Le long d'un même chemin pris dans un sens, puis dans le sens inverse, les tensions sont opposées.

$$U_{AB} = - U_{BA}.$$

On retrouve pour la tension les propriétés qui ont été établies en mécanique pour le travail. La raison en est que ces deux notions ont des définitions très semblables.

§ 32 Tensions circulaires

On peut appliquer la définition de la tension à une courbe fermée. Lorsqu'on le fait, il est nécessaire de choisir un sens de parcours sur la courbe. Nous l'indiquerons toujours à l'aide d'une petite flèche et des lettres s.p. La tension obtenue est appelée tension circulaire. Nous la désignerons par U_o. Si on choisit le sens de parcours opposé, la tension circulaire change de signe.



Calculons une tension circulaire dans un champ uniforme.

$$U_o = \sum \vec{E}.\vec{\Delta r}_i = \vec{E}.\sum \vec{\Delta r}_i .$$

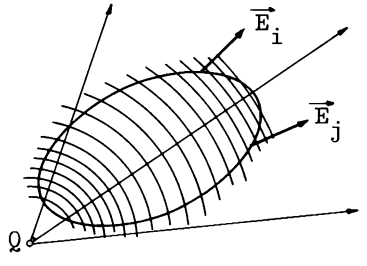
Les vecteurs $\vec{\Delta r}_i$ sont consécutifs et forment une ligne fermée. Leur somme est donc nulle. Il s'ensuit:

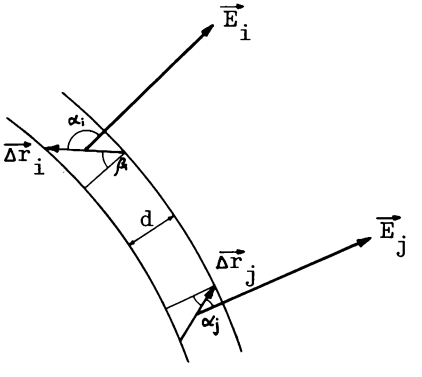
$$U_o = 0.$$

On en conclut que dans un champ uniforme, toute tension circulaire est nulle.

Calculons une tension circulaire dans un champ produit par une charge ponctuelle. Nous entreprenons ce calcul sans savoir comment varie l'intensité du champ. Nous utiliserons seulement les deux propriétés suivantes:
1. Les lignes de champ sont radiales.
2. En des points équidistants de la charge, l'intensité du champ est la même (par raison de symétrie).

Nous limiterons notre calcul à des courbes fermées planes, situées de telle sorte que la charge ponctuelle se trouve dans leur plan. Pour diviser la courbe en petits tronçons, traçons des cercles aussi serrés qu'il le faut, autour de la charge. Calculons les tensions élémentaires sur deux tronçons $\vec{\Delta r}_i$ et $\vec{\Delta r}_j$ définis par deux cercles consécutifs, entre lesquels il y a une distance d. Nous désignons par α_i et α_j les angles formés par les vecteurs-champ avec les éléments de chemin et par β_i le supplément de α_i.





$$\Delta U_i = \vec{E}_i.\vec{\Delta r}_i = E_i\left|\vec{\Delta r}_i\right|\cos\alpha_i = -E_i\left|\vec{\Delta r}_i\right|\cos\beta_i = -E_i d.$$

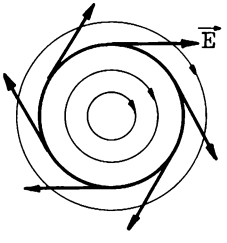
$$\Delta U_j = \vec{E}_j.\vec{\Delta r}_j = E_j\left|\vec{\Delta r}_j\right|\cos\alpha_j = E_j d.$$

Les deux tronçons étant équidistants de la charge, E_i et E_j ont la même valeur. La somme des tensions élémentaires sur la paire de tronçons considérés est nulle. La tension le long de la courbe fermée donnée est composée d'une somme de tensions élémentaires qui s'annulent deux-à-deux. Elle est donc nulle. Si la courbe ne se trouve pas dans un plan passant par la charge, on peut étendre le raisonnement ci-dessus et arriver à la même conclusion. Donc, dans le champ produit par une charge ponctuelle, toute tension circulaire est nulle.

Considérons maintenant un champ quelconque créé par des charges. Il peut être considéré comme la superposition des champs créés par des charges ponctuelles (les électrons ou les protons en excès). Pour chacun de ces champs, les tensions circulaires sont nulles. Pour le champ résultant, il en est encore ainsi. On peut donc énoncer:

Théorème: Dans tout champ électrique créé par des charges, toutes les tensions circulaires sont nulles.

On peut se demander s'il existe des tensions circulaires différentes de zéro. Plus tard, lorsque nous étudierons la loi d'induction, nous verrons qu'un champ électrique peut être créé par autre chose que des charges. Dans ces champs-là, il y a des tensions circulaires différentes de zéro. On peut avoir, par exemple, des champs dont les lignes sont des cercles. Si on calcule une tension circulaire le long d'une ligne de champ, toutes les tensions élémentaires ont le même signe et leur somme est évidemment différente de zéro.



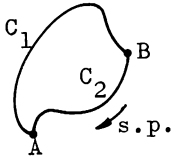
Dans les applications pratiques, le théorème ci-dessus s'avère peu commode. Nous en énoncerons un autre, dont le contenu est pratiquement équivalent, et que nous démontrerons plus tard (§ 153).

Théorème: Les tensions circulaires sont nulles dans tout champ électrostatique et dans tout champ où ne circulent que des courants constants.

§ 33 Tensions indépendantes des chemins

Théorème: Si, dans un champ électrique, toutes les tensions circulaires sont nulles, la tension entre deux points est indépendante du chemin choisi.

Pour démontrer ce théorème, considérons deux points quelconques A et B. Joignons-les par deux chemins différents C_1 et C_2 et montrons que la tension est la même par ces deux chemins. D'après l'hypothèse, nous pouvons écrire que la tension sur le chemin fermé constitué par la réunion des deux chemins C_1 et C_2 est nulle.



$$U_{AA}(C_1 \cup C_2) = 0.$$

En utilisant successivement les propriétés 1 et 3 établies au paragraphe 31, nous avons:

$$U_{AB}(C_1) + U_{BA}(C_2) = 0$$

$$U_{AB}(C_1) - U_{AB}(C_2) = 0.$$

On en déduit: $U_{AB}(C_1) = U_{AB}(C_2)$, c.q.f.d.

D'une manière analogue, on peut démontrer la réciproque de ce théorème.

Le théorème ci-dessus et les résultats du paragraphe précédent sont d'une grande utilité pratique. Dans beaucoup de cas, nous pourrons parler de la tension entre deux points sans nous préoccuper du chemin, puisque très souvent il ne joue aucun rôle. Nous pouvons énoncer:

> Les tensions sont indépendantes des chemins dans tout champ électrostatique et dans tout champ où ne circulent que des courants constants.

§ 34 Travail effectué par le champ électrique

Considérons une charge ponctuelle q se déplaçant dans un champ électrique. Calculons le travail effectué par le champ lorsque la particule chargée parcourt un certain chemin. Le travail se calcule par la formule

$$A = \sum \vec{F}_i . \overrightarrow{\Delta r}_i,$$

où $\vec{F}_i$ est la force exercée par le champ sur la charge q, le long du tronçon $\overrightarrow{\Delta r}_i$. Or, d'après la propriété fondamentale du champ, on a:

$$\vec{F}_i = q.\vec{E}_i. \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

On peut donc écrire, en mettant en évidence le facteur constant q:

$$A = \sum q.\vec{E}_i.\vec{\Delta r}_i = q.\sum \vec{E}_i.\vec{\Delta r}_i.$$

La dernière somme est la tension relative au chemin parcouru par la particule chargée. On a donc:

$$\boxed{A = q\ U.}$$

Théorème: Le travail effectué par le champ électrique lors du déplacement d'un corps chargé est égal au produit de la charge de ce corps par la tension relative au chemin qu'il parcourt.

Ce théorème est particulièrement utile dans les problèmes où l'on étudie le mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique.

La relation A = q U est un support mnémotechnique de la relation d'unités déjà rencontrée au paragraphe 29:

1 joule = 1 coulomb.1 volt.

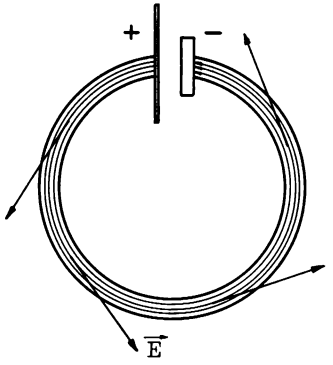
B. APPLICATIONS

§ 35 Sources de courant

On appelle ainsi des appareils capables de débiter des charges. Exemples: piles, accumulateurs, dynamos. Une source de courant possède toujours deux bornes. L'une d'elles porte des charges positives. On la nomme borne positive. L'autre porte des charges négatives et est appelée borne négative. Pour que la source débite des charges, il faut que ses bornes soient reliées par un conducteur. On obtient ainsi un circuit dans lequel s'établit un courant. Nous désignerons les bornes d'une source par deux traits parallèles, l'un long, l'autre court. Le premier représente la borne positive, le second la borne négative.

Nous ne nous préoccuperons pas de ce qui se passe à l'intérieur de la source de courant, mais nous intéresserons à ce qui a lieu à l'extérieur. Les charges qui apparaissent sur les bornes créent un champ électrique. Ce champ règne aussi

bien dans le conducteur qu'en dehors. Dans le conducteur, il provoque un courant. Ce courant suit nécessairement le conducteur, quelque sinueuse que soit la forme de celui-ci. Ainsi que nous l'avons déjà remarqué, le champ électrique dans le conducteur doit être parallèle au courant et de même sens. Les lignes de champ épousent donc la forme du conducteur. La chose est possible parce qu'il n'y a pas que les charges situées sur les bornes de la source qui créent le champ électrique, mais encore des charges réparties le long du conducteur. Les lignes de champ vont de la borne positive à la borne négative. Il s'ensuit que le courant sort de la source par la borne positive et y rentre par la borne négative. Si le circuit est formé d'un fil métallique, le mouvement de charge consiste en un déplacement d'électrons libres. Ceux-ci vont en sens inverse du courant. Dans la figure ci-dessus, le fil a été dessiné démesurément gros et court, pour qu'il soit possible de représenter les lignes de champ.



Considérons la tension entre la borne positive et la borne négative, par un chemin qui suit le fil. Quelles que puissent être la nature ou la forme du conducteur, les tensions élémentaires sont toutes positives. Et ainsi, entre la borne positive et la borne négative, il y a une tension positive. Fait hautement remarquable, cette tension caractérise la source et non le circuit. La source amène à ses bornes des charges qui créent un champ électrique. Et ces charges sont "dosées" de sorte qu'il y ait entre les bornes une tension bien déterminée. Lorsque les bornes sont reliées par un conducteur, le champ électrique qui s'établit dans celui-ci y provoque un courant. Les charges se trouvant aux bornes de la source disparaîtraient rapidement si la source n'en ramenait pas au fur et à mesure des besoins. Si on n'exige pas de la source un courant dépassant ses possibilités, elle maintient entre ses bornes une tension à peu près constante. C'est ainsi qu'on peut parler d'une pile de 24 volts, d'un accumulateur de 6 volts, etc.

Considérons une source de courant dont les bornes sont reliées par un fil conducteur de longueur L. Nous supposons que le champ électrique a la même intensité E en tout point du fil. (D'après l'étude du paragraphe 89, le lecteur trouvera lui-même à quelles conditions le fil doit satisfaire pour qu'il en soit ainsi.) Nous voulons trouver la relation entre E, L

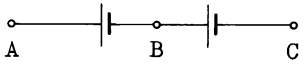
et la tension U entre les bornes de la source. Nous utilisons un chemin qui va de la borne positive à la borne négative en suivant le fil. L'angle entre le champ et les éléments de chemin étant partout nul et le champ ayant partout la grandeur E, on a:

$$U = \sum E_i \cdot \left|\overrightarrow{\Delta r}_i\right| = \sum E \cdot \left|\overrightarrow{\Delta r}_i\right| = E \sum \left|\overrightarrow{\Delta r}_i\right| .$$

On obtient: $U = EL.$

Une source étant donnée, U est fixé. Le produit EL est donc le même pour tous les fils qu'on peut relier à cette source. Si le fil est très long, le champ électrique qui s'y établit est très faible. Si le fil est court, le champ est intense et il en est de même du courant qui y circule. Si l'intensité du courant qu'on fait débiter ainsi à la source dépasse les limites de son fonctionnement normal, la tension à ses bornes s'abaisse notablement et la source peut être endommagée: on dit alors qu'on a fait un <u>court-circuit</u> (c'est-à-dire un circuit trop court).

On peut accoupler deux sources de courant. La tension résultante est la somme algébrique des tensions des différentes sources. Ceci, en vertu de la règle d'addition des tensions:



$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}.$$

Si on veut grouper les sources de manière à avoir la tension la plus grande possible, il faut évidemment relier la borne négative d'une des sources à la borne positive de l'autre. On peut grouper un nombre d'éléments aussi grand qu'on le veut et obtenir une source fournissant une tension élevée. Les piles de 4,5 volts qu'on utilise pour les lampes de poche sont obtenues par le groupement de trois éléments de 1,5 volt. Les groupements de sources sont fréquemment appelées <u>batteries.</u>

Au lieu de source de courant on parle aussi de <u>générateur</u> de courant.

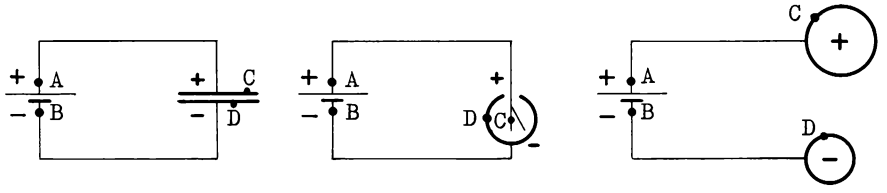
§ 36 <u>Tension dans un champ électrostatique</u>

Rappelons deux propriétés importantes du champ électrostatique. Les tensions sont indépendantes des chemins (§ 33). A l'intérieur des conducteurs, le champ électrique est nul (§ 25). Nous pouvons en indiquer maintenant une troisième. Deux points quelconques d'un même conducteur peuvent toujours

être joints par un chemin sur lequel le champ est partout nul. La tension entre ces points est donc nulle. Nous énoncerons:

> En électrostatique, la tension entre deux points d'un même conducteur est toujours nulle.

Relions les bornes A et B d'un générateur à deux objets métal-

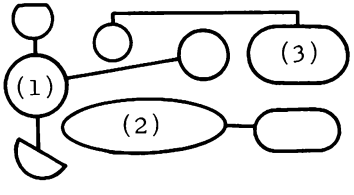


liques isolés l'un de l'autre. Il peut s'agir des armatures d'un condensateur plan, des feuilles et de la cage d'un électroscope ou de n'importe quels objets. Il y a un mouvement de charges lorsqu'on relie le système à la source. Toutefois, il ne peut pas s'établir de courant durable puisque le circuit est ouvert. Après un temps très bref, les charges sont au repos et on a un champ électrostatique. Calculons la tension entre un point quelconque C d'un des conducteurs et un point quelconque D de l'autre.

$$U_{CD} = U_{CA} + U_{AB} + U_{BD} = 0 + U_{AB} + 0 = U_{AB}.$$

La tension cherchée est égale à la tension de la source. C'est un fait remarquable qu'elle soit indépendante de la position des points C et D sur les pièces métalliques. Puisqu'il en est ainsi, on peut parler sans équivoque de la tension entre les objets. Par le moyen des fils, la tension est en quelque sorte transportée de la source aux objets métalliques. L'existence de la tension entre ces objets implique la présence d'un champ électrique dans l'espace qui les entoure. Ce champ est créé par des charges sur ces conducteurs, charges amenées par la source au moment où les fils ont été installés.

Considérons maintenant un ensemble quelconque de corps métalliques chargés. Si certains d'entre eux sont reliés par des fils, nous les considérons comme constituant un seul conducteur. Ainsi, dans la figure ci-contre, il y a trois conducteurs. Très peu de temps après l'installation du système, les charges s'immobilisent. Le champ qu'elles créent

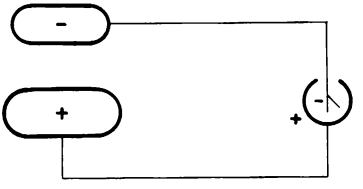


est un champ électrostatique. Entre deux points d'un même conducteur, la tension est nulle. Entre deux points quelconques appartenant à deux conducteurs bien déterminés, la tension est toujours la même. On peut donc parler de la tension entre les conducteurs (1) et (2) par exemple, sans préciser le chemin, ni les points choisis sur ces conducteurs.

§ 37 Instrument de mesure: Electromètre

Si un électroscope porte une grande charge, l'angle montré par les feuilles mobiles est grand. D'autre part, le champ électrique dans l'instrument est grand, de même que la tension entre les feuilles et la cage. L'écartement des feuilles peut donc mesurer la charge portée par l'électroscope ou la tension sous laquelle il se trouve.

Relions deux objets chargés à un électroscope. Très rapidement, les charges se répartissent et s'immobilisent. Le rapport entre les charges portées par l'électroscope et par les objets, dépend de la forme géométrique du système et est le plus souvent inconnu. Comme nous l'avions indiqué au paragraphe 4, l'instrument ne mesure donc pas les charges qui sont en contact avec lui. Par contre, la tension entre les feuilles et la cage est la même que celle qui règne entre les deux objets. Si on le munit d'une graduation convenable, l'instrument mesure la tension entre les conducteurs avec lesquels il est mis en contact. On lui donne le nom d'électromètre ou de voltmètre électrostatique.

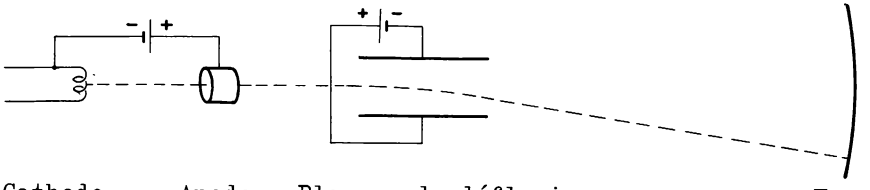


Dans l'exemple que nous venons de considérer, il est évident que l'électromètre mesure la tension qui règne entre les deux objets lorsque le contact avec l'instrument a été réalisé et non la tension qu'il y avait auparavant. Si une partie des charges portées par les objets a passé sur l'électromètre, la tension entre les objets a diminué au moment où le contact a été établi.

L'usage a réservé le nom de voltmètre à un instrument qui sera décrit plus tard et qui est apte à mesurer des tensions dans les circuits où se trouve une source de courant, mais qui est inapte à mesurer des tensions dans un champ électrostatique.

§ 38 Oscillographe cathodique - Description

L'oscillographe cathodique est un instrument qui mesure les tensions. Il est particulièrement bien adapté à l'étude des tensions qui varient très rapidement.



Un filament porté à incandescence par le passage d'un courant électrique constitue la cathode de l'instrument. La température étant élevée, l'agitation thermique est assez considérable pour que des électrons libres soient projetés hors du filament. A quelque distance de la cathode se trouve l'anode, ayant la forme d'un tube. L'anode et la cathode sont reliées à un générateur qui établit entre elles une tension U de l'ordre de 2'000 volts. Cela revient à dire que le générateur place des charges sur la cathode et sur l'anode, et que ces charges produisent un champ électrique tel qu'il existe entre anode et cathode une tension U. Les lignes de ce champ électrique vont de l'anode à la cathode de sorte que les électrons qui ont été éjectés de celle-ci subissent une force orientée vers l'anode. Ils se dirigent vers cette dernière, la traversent, puisqu'elle a la forme d'un tube, et sont ainsi lancés dans l'espace à grande vitesse. Ils constituent ce qu'on appelle des rayons cathodiques. Tout le système se trouve dans un tube où il y a le vide, de manière que les électrons en mouvement ne heurtent pas les molécules d'air et ne soient pas freinés. A l'extrémité du tube, ils viennent frapper un écran fluorescent. Ils rendent lumineux pour un instant le point de l'écran qu'ils ont frappé. On peut, et c'est là l'intérêt de l'oscillographe, faire dévier le faisceau électronique. On y parvient au moyen de plaques de déflexion. Ce sont des plaques parallèles disposées de part et d'autre du faisceau. Si on les relie à un générateur dont la tension est U', des charges y sont amenées et créent un champ électrique uniforme. En passant dans ce champ, les électrons subissent une force constante qui courbe leur trajectoire. Le dessin ne montre qu'un jeu de plaques. En réalité, il y a une paire de plaques horizontales (pour les déflexions verticales) et une paire de plaques verticales (pour les déflexions horizontales). On peut montrer (§ 39) que la déflexion de la tache lumineuse sur l'écran est proportionnelle à la tension appliquée aux plaques.

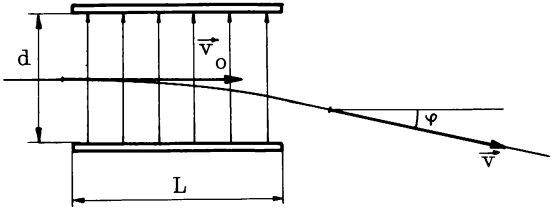
§ 39 Oscillographe cathodique - Etude quantitative

Calculons la vitesse v_o des électrons à leur arrivée à l'anode. Supposons qu'à la cathode, leur vitesse soit négligeable. D'après le théorème de variation de l'énergie cinétique, l'accroissement d'énergie cinétique d'un électron est égal au travail de la résultante des forces qui s'exercent sur lui. Il n'y a qu'une force, celle qu'exerce le champ, et son travail se calcule aisément. Le travail effectué par le champ est égal au produit de la charge déplacée, par la tension entre la cathode et l'anode (§ 34). Ainsi, nous pouvons écrire, m et -e étant la masse et la charge de l'électron:

$$\tfrac{1}{2}mv_o^2 - 0 = -e.(-U) \qquad \text{d'où} \qquad v_o = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

Ce résultat a ceci de remarquable, que la vitesse finale est indépendante de la distance entre la cathode et l'anode, comme aussi de la forme du champ.

Calculons l'angle de déflexion φ des électrons. Soient d la distance entre les plaques, L leur longueur et U' la tension qui règne entre elles. L'électron est placé dans un champ uniforme dont l'intensité est $E = U'/d$. Il subit une force dont la grandeur est $F = eE$.

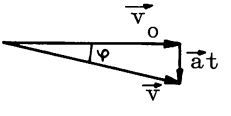


Son accélération est constamment perpendiculaire aux plaques et a pour grandeur:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{eU'}{md}.$$

Cette accélération est constante. L'électron a donc un mouvement uniformément accéléré et nous pouvons écrire la relation

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t.$$



Nous choisissons l'origine du temps au moment où l'électron pénètre dans l'espace compris entre les plaques de déflexion.

Sa vitesse est alors $\vec{v}_o$, vitesse qu'il avait à l'anode. Appliquons la relation ci-dessus à l'heure où l'électron sort des plaques. t représente alors la durée de son passage entre les plaques et $\vec{v}$ sa vitesse après la déviation. La durée du passage t se calcule aisément, si on remarque que la composante de la vitesse suivant un axe longitudinal est constante. La projection de l'électron sur cet axe est donc animée d'un mouvement uniforme et on a $t = L/v_o$. En interprétant graphiquement l'équation ci-dessus, on a:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{at}{v_o} = \frac{aL}{v_o^2} = \frac{eU'L}{mdv_o^2} = \frac{eU'L}{2eUd} = \frac{U'L}{2Ud}.$$

Sur l'écran, la déflexion de la tache lumineuse est sensiblement proportionnelle à $\operatorname{tg}\varphi$. Elle est, par conséquent, proportionnelle à la tension U' appliquée aux plaques.

§ 40 Electron-volt

Nous avons montré au paragraphe 34 que si une particule de charge q se déplace le long d'un chemin entre les extrémités duquel il y a une tension U, le champ électrique effectue un travail A qui vaut:

$$A = qU.$$

Tout produit d'une unité de charge par une unité de tension constitue une unité de travail ou d'énergie. Par exemple, dans le système MKSA, le produit d'un coulomb par un volt est égal à un joule. Pour exprimer les énergies des particules, on utilise volontiers une unité qui n'appartient pas au système MKSA et qui est définie comme le produit de la charge de l'électron (en valeur absolue) par une tension de 1 volt. C'est l'électron-volt (abréviation: eV).

$$\boxed{1\ \text{eV} = e.1\ \text{V}.}$$

La relation entre l'électron-volt et le joule s'établit ainsi:

$$1\ \text{eV} = e.1\ \text{V} = 1{,}602.10^{-19}\ \text{C}.1\ \text{V} = 1{,}602.10^{-19}\ \text{J}.$$

On utilise souvent les multiples de l'électron-volt:

$$1\ \text{keV} = 10^3\ \text{eV}, \qquad 1\ \text{MeV} = 10^6\ \text{eV}, \qquad 1\ \text{GeV} = 10^9\ \text{eV}.$$

Dans les laboratoires où l'on fait de la recherche en physique

nucléaire, il est utile de disposer de machines qui peuvent produire des particules de grandes vitesses. Ces machines sont appelées accélérateurs. Nous considérerons en détail le fonctionnement de l'une d'elles, le cyclotron, au paragraphe 129. Malgré la diversité des principes de fonctionnement, il y a un élément commun: des particules chargées décrivent une trajectoire dans un champ électrique (une fois ou plusieurs fois) et subissent une augmentation de vitesse grâce à la force que le champ exerce sur elles. Or, ce qui détermine l'accroissement d'énergie d'une particule qui passe dans un champ électrique, c'est exclusivement la tension relative au chemin parcouru. Cela résulte du théorème de l'énergie cinétique et du théorème rappelé au début de ce paragraphe. L'accroissement d'énergie cinétique d'une particule sur un parcours est égal au travail de la résultante des forces sur ce parcours. Or, comme il n'y a qu'une force qui effectue un travail non-négligeable, à savoir la force électrique, l'accroissement d'énergie cinétique est égal au travail effectué par le champ, c'est-à-dire au produit de la charge q de la particule par la tension U relative au chemin qu'elle a suivi. L'accroissement d'énergie cinétique vaut donc:

$$\Delta W_{cin} = qU.$$

Donnons deux exemples de calcul.

1. Un proton initialement immobile est accéléré par une tension de 20'000 volts. Quelle est son énergie cinétique finale ?

D'après la relation ci-dessus, on a:

$$W_{cin}(\text{finale}) - W_{cin}(\text{initiale}) = e.20'000\ V.$$

On en déduit: $W_{cin}(\text{finale}) = 20'000\ eV.$

Le même calcul serait valable pour un électron, à ceci près que les deux facteurs q et U subiraient un changement de signe.

2. Une particule α a une énergie cinétique initiale de 1 MeV. Elle est accélérée par une tension de 1 million de volts. Quelle est son énergie cinétique finale ? On a:

$$W_{cin}(\text{finale}) - W_{cin}(\text{initiale}) = 2e.10^6\ V,$$

$$W_{cin}(\text{finale}) = 1\ MeV + 2\ MeV = 3\ MeV.$$

On constate que l'utilisation de l'unité électron-volt simplifie grandement les calculs.

Chapitre 4

POTENTIEL

A. DEFINITION ET PROPRIETES

§ 41 Définition

Le potentiel ne peut être défini que dans un champ électrique où les tensions sont indépendantes des chemins. Au paragraphe 33, nous avons indiqué deux catégories de champs possédant cette propriété: les champs électrostatiques et les champs dans lesquels il n'y a que des courants constants.

Dans un champ électrique satisfaisant à la condition mentionnée, choisissons un point de référence O. La tension entre un point quelconque P du champ et le point O est univoquement déterminée, puisqu'elle ne dépend pas du chemin. C'est une fonction du point P. On l'appelle potentiel de P.

> Définition: Dans un champ où les tensions sont indépendantes des chemins, le potentiel d'un point est la tension entre ce point et un point de référence.

$$V_P = U_{PO}.$$

Le point O est choisi arbitrairement, mais une fois choisi, il est fixe et on considère la tension entre tous les points P de l'espace et le même point O. A chaque point de l'espace, on fait correspondre un nombre réel. Le potentiel constitue donc un champ scalaire.

D'après la définition, le point de référence a le potentiel zéro.

Puisque les tensions se mesurent en volts, l'unité de potentiel est aussi le volt.

§ 42 Différence de potentiel

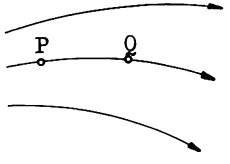
Calculons la différence de potentiel entre deux points P et Q. En utilisant les propriétés connues de la tension, on a:

$$V_P - V_Q = U_{PO} - U_{QO} = U_{PO} + U_{OQ} = U_{PQ}.$$

Théorème: La différence de potentiel entre deux points est égale à la tension entre ces points.

$$\boxed{V_P - V_Q = U_{PQ}.}$$

Dans un champ électrique, considérons deux points P et Q situés sur une même ligne de champ, comme l'indique la figure. La tension U_{PQ} est positive. D'après le théorème ci-dessus, le potentiel de P est supérieur à celui de Q. On en déduit:



Théorème: Si on suit une ligne de champ dans son propre sens, on rencontre des potentiels décroissants.

L'usage s'est répandu de parler plus volontiers de différence de potentiel que de tension. On peut le regretter, car la tension est une notion générale, tandis que la différence de potentiel n'a de sens que dans les champs où il existe un potentiel. La tension entre deux points ne peut donc pas toujours s'exprimer par une différence de potentiel.

§ 43 Surfaces équipotentielles

Le potentiel étant une fonction du lieu, il peut être exprimé en fonction des coordonnées (x;y;z) du lieu.

$$V = f(x;y;z).$$

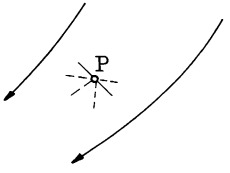
Comment sont disposés les points qui sont au même potentiel ? La condition

$$f(x;y;z) = \text{constante}$$

est l'équation d'une surface. Les points qui sont au même potentiel constituent donc une surface.

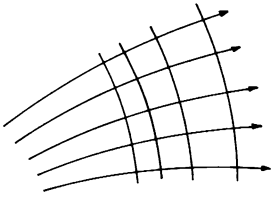
Définition: On appelle surface équipotentielle une surface dont tous les points sont au même potentiel.

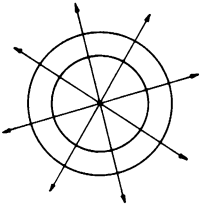
D'après les résultats du paragraphe précédent, la tension entre deux points d'une même surface équipotentielle est toujours nulle. Pour savoir comment ces surfaces se présentent, partons d'un point P quelconque et envisageons différents petits déplacements. Ceux qui donnent lieu à des tensions nulles sont perpendiculaires aux lignes de champ. Nous en déduisons:



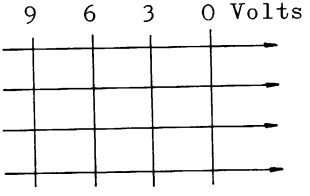
Théorème: Les surfaces équipotentielles sont partout perpendiculaires aux lignes de champ.

Exemples:





Champ radial



Champ uniforme

Voir annexe, page 285.

§ 44 Changement du point de référence

Si, au lieu du point de référence O, on en choisit un autre O', le potentiel de chaque point P change. Soit V' le nouveau potentiel. On a:

$$V'_P = U_{PO'} = U_{PO} + U_{OO'} = V_P + U_{OO'} = V_P + \text{constante.}$$

En chaque point, le nouveau potentiel est égal à l'ancien augmenté d'une constante (positive ou négative). Les différences de potentiel ne sont pas modifiées. Les surfaces équipotentielles non plus.

En chaque point de l'espace, le champ électrique est entièrement déterminé. Par contre, le potentiel ne l'est pas. Il y a une infinité de manières possibles de le définir, puisque le point de référence est choisi arbitrairement. Des choix différents conduisent à des potentiels qui diffèrent l'un de l'au-

tre d'une constante. Pour ces raisons, on dit que le potentiel est déterminé à une constante additive près.

Si le point de référence se déplace sur une surface équipotentielle, le potentiel ne change pas. En effet, dans l'expression mathématique ci-dessus, $U_{OO'} = 0$.

§ 45 Analogie entre le potentiel et l'altitude

Si, dans les énoncés qui suivent, on remplace le mot altitude par le mot potentiel et le mot dénivellation par le mot tension, on obtient encore des énoncés corrects.

1. L'altitude d'un point est la dénivellation entre ce point et un point de référence (situé au niveau de la mer).

2. La dénivellation entre deux points est égale à leur différence d'altitude.

3. Si on change de point de référence, l'altitude de chaque point augmente ou diminue d'une constante.

§ 46 Potentiel et énergie potentielle

Le lecteur aura sans doute remarqué que le potentiel se définit dans un champ électrique, à l'aide de la notion de tension, exactement comme l'énergie potentielle se définit dans un champ de force, à l'aide de la notion de travail. (Voir le cours de mécanique). Toutefois, les liens entre le potentiel et l'énergie potentielle ne se limitent pas à une analogie formelle.

Lorsqu'une particule chargée se trouve dans un champ électrique, elle se trouve aussi dans un champ de force. D'après la relation fondamentale

$$\vec{F} = q\vec{E},$$

on voit que ces deux champs sont proportionnels. C'est-à-dire que $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont deux fonctions du lieu, telles qu'on passe de l'une à l'autre à l'aide d'une multiplication par un nombre fixe. D'après le théorème du paragraphe 34, les travaux effectués par le champ électrique sont proportionnels aux tensions. Si le champ électrique est tel que les tensions sont indépendantes des chemins, les travaux n'en dépendent pas non plus. Le champ de force est alors ce qu'on appelle un champ conservatif. Or, par définition, l'énergie potentielle en un point P est le travail effectué par le champ lorsque la particule se

déplace du point P au point de référence O. On a donc:

$$W_{pot}(P) = A_{PO} = q.U_{PO} = q.V_P.$$

Le potentiel dans un champ électrique et l'énergie potentielle d'une particule se trouvant dans ce champ sont donc proportionnels. Si la particule possède une charge positive, son énergie potentielle croît avec le potentiel du point où elle se trouve. Si la charge est négative, l'énergie potentielle croît lorsque le potentiel décroît. De façon plus précise, on peut énoncer:

> Théorème: L'énergie potentielle d'une particule chargée se trouvant dans un champ électrique est égale au produit de la charge de la particule par le potentiel du point où elle se trouve.

B. APPLICATIONS

§ 47 Potentiel dans un champ électrostatique

Nous avons montré qu'en électrostatique, la tension entre deux points d'un même conducteur est nulle (§ 36). La tension entre deux points étant égale à leur différence de potentiel, nous pouvons énoncer:

> En électrostatique, tous les points d'un même conducteur sont au même potentiel.

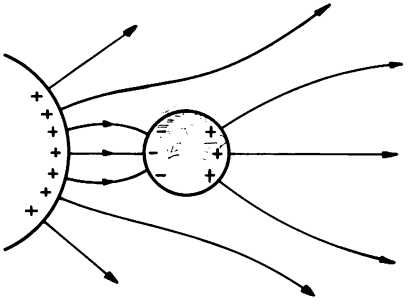
On peut donc parler sans ambiguïté du potentiel d'un conducteur ou de la différence de potentiel entre deux conducteurs. Dans les champs non-électrostatiques, par exemple ceux qui sont envisagés au paragraphe suivant, un tel langage est dénué de sens.

Lorsqu'un conducteur se trouve dans un champ électrostatique, tous les points de sa surface sont au même potentiel. Sa surface est donc une surface équipotentielle. D'un côté de cette surface, le champ électrique est nul, et on ne peut pas parler des lignes de champ. Mais de l'autre côté, c'est-à-dire à l'extérieur du conducteur, le champ n'est pas nul. Ses lignes doivent donc être perpendiculaires à la surface équipotentielle constituée par la surface du conducteur.

> En électrostatique, les lignes de champ sont perpendiculaires à la surface des conducteurs, dans le voisinage de ceux-ci.

L'expérience décrite au paragraphe 22 confirme la propriété que nous venons d'établir.

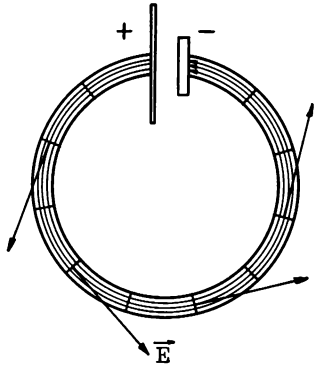
Nous avons déjà remarqué que lorsqu'on suit une ligne de champ, on rencontre des potentiels décroissants. D'autre part, tous les points d'un conducteur sont au même potentiel. En électrostatique, il n'est donc pas possible qu'une ligne de champ ait son origine et son extrémité sur le même conducteur.



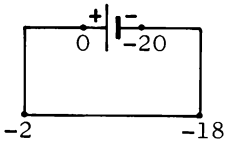
La figure ci-contre montre l'allure des lignes du champ électrique lorsqu'une boule conductrice neutre est placée à côté d'une boule chargée. La boule neutre se charge par influence.

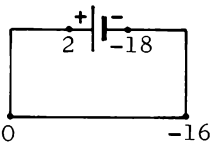
§ 48 Potentiel dans un circuit

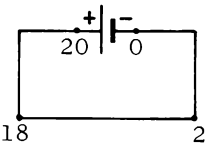
Nous avons vu au paragraphe 35 que si on relie un conducteur filiforme aux bornes d'un générateur, un champ électrique s'établit dans le fil et y provoque un courant. Les lignes du champ longent le fil et vont de la borne positive à la borne négative. Le courant va dans le même sens. En vertu des propriétés générales établies plus haut, on peut dire que les surfaces équipotentielles sont perpendiculaires à l'axe du fil et que si on parcourt le circuit dans le sens du courant, on rencontre des potentiels décroissants.



La figure ci-dessous montre un circuit réalisé avec une source dont la tension est de 20 volts. Le point de référence a été placé à trois points différents du circuit. On a ainsi trois champs de potentiel différents, relatifs à un même champ électrique. Le lecteur pourra vérifier que, dans chaque cas, les différences de potentiel entre deux points sont les mêmes et qu'on passe d'un champ de potentiel à l'autre par l'addition d'une constante.



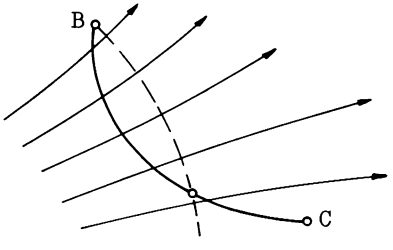




Unité: volt.

§ 49 Mouvement d'une particule libre dans un champ électrique.

Considérons une particule de masse m et de charge q se trouvant dans un champ électrique où les tensions sont indépendantes des chemins. Supposons que la particule ne subisse aucune autre force que celle qu'exerce le champ électrique. Cette force étant conservative, l'énergie mécanique de la particule est constante. En désignant par B et C deux points de la trajectoire, on a:



$$W_{cin}(B) + W_{pot}(B) = W_{cin}(C) + W_{pot}(C).$$

Si la trajectoire passe par deux points d'une même surface équipotentielle, la particule a, en ces points, même énergie potentielle et par conséquent même énergie cinétique. La vitesse en ces points a donc la même grandeur.

En utilisant l'expression de l'énergie potentielle établie au paragraphe 46, on peut écrire la relation ci-dessus sous la forme:

$$\tfrac{1}{2}mv_B^2 + qV_B = \tfrac{1}{2}mv_C^2 + qV_C.$$

Rappelons toutefois que si la vitesse d'une particule est voisine de celle de la lumière, l'énergie cinétique ne vaut pas

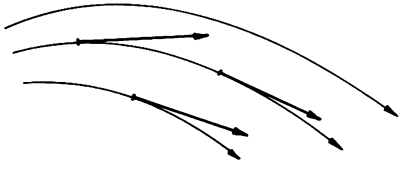
$$W_{cin} = \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad \text{mais} \qquad W_{cin} = (m-m_o)c^2.$$

Chapitre 5

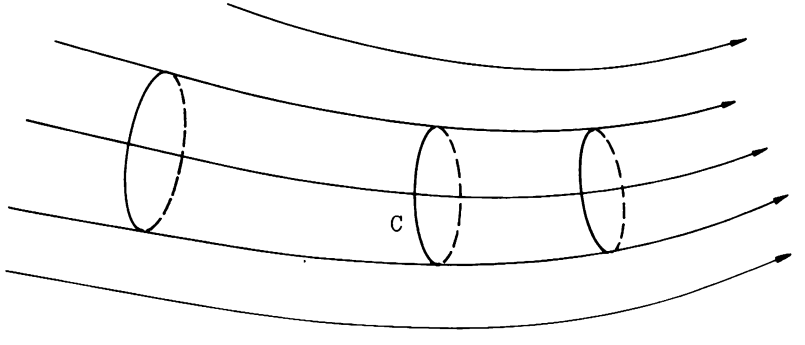
HYDRODYNAMIQUE ET NOTION DE FLUX

§ 50 Introduction

Considérons un liquide en mouvement. En chaque point est définie la vitesse $\vec{v}$ du fluide. L'ensemble de tous les vecteurs-vitesse constitue un champ vectoriel. Nous nous occuperons seulement des écoulements stationnaires, c'est-à-dire de ceux dans lesquels les vitesses ne varient pas au cours du temps. Chaque petite parcelle de liquide suit une trajectoire qu'on nomme ligne de courant. Le vecteur-vitesse d'un mobile étant toujours tangent à la trajectoire, les vecteurs-vitesse sont toujours tangents aux lignes de courant. Celles-ci sont donc des lignes de champ. On peut mettre en évidence expérimentalement les lignes de courant en dispersant dans le liquide des petits grains d'une matière dont la densité est voisine de celle du liquide.



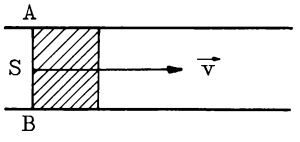
Dans un fluide en mouvement, considérons une courbe fermée C. L'ensemble des lignes de courant qui s'appuient sur cette courbe détermine une surface que nous appelons un tube de courant.



Le fluide contenu dans un tube de courant ne peut en sortir, car les lignes de courant ne peuvent se croiser.

§ 51 Débit dans un tuyau

Considérons un liquide se déplaçant dans un tuyau. Supposons qu'en tout point la vitesse $\vec{v}$ du fluide soit la même. Occupons-nous d'une section droite AB du tuyau. Soit S son aire. La quantité de liquide qui la traverse par unité de temps est appelée débit du liquide dans le tuyau. On mesure le débit en m^3/s. Il existe une relation simple entre le débit, la vitesse et la section.



Le liquide qui traverse la section AB en un temps Δt a la forme d'un cylindre de base S et de hauteur $v\Delta t$. Le volume de ce cylindre est $Sv\Delta t$. Le volume de liquide traversant la section par unité de temps est $Sv\Delta t/\Delta t$. On a donc:

$$D = vS.$$

§ 52 Définition du flux

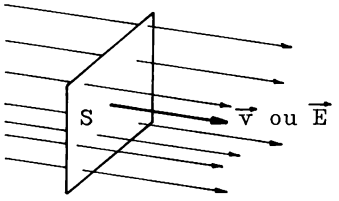
Le flux est une grandeur mathématique pouvant être définie dans tout champ vectoriel. Le flux du champ des vitesses, en hydrodynamique, a une signification concrète très facile à comprendre: c'est le débit de liquide à travers une surface. Le flux du champ électrique joue un rôle très important, mais il a une signification moins "tangible". Ce chapitre d'hydrodynamique est introduit ici dans le but de rendre plus claire la notion de flux en électricité.

Le flux est toujours relatif à une surface, comme le travail ou la tension sont toujours relatifs à un chemin. Pour le définir, nous procéderons par étapes.

a) Champ uniforme
Surface plane
Surface perpendiculaire aux lignes du champ

Dans un écoulement où le vecteur $\vec{v}$ est partout le même, plaçons une surface d'aire S, perpendiculairement aux lignes du champ. Il s'agit ici d'une opération purement mentale. Si nous mettions une surface matérielle dans le liquide, celui-ci de-

vrait la contourner et l'écoulement serait perturbé. Il s'agit donc d'une surface mathématique que nous plaçons par la pensée dans le fluide. Le flux ou le débit à travers cette surface est la quantité de liquide qui la traverse par unité de temps. Le tube de courant qui s'appuie sur le contour de la surface donnée joue le rôle du tuyau du paragraphe précédent. La surface en est une section droite. Le débit vaut donc $D = vS$.

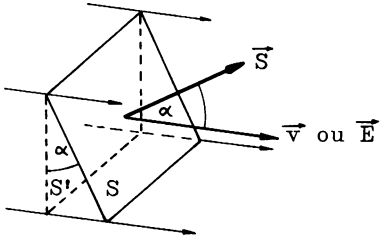


Dans le champ électrique, nous prenons l'expression mathématique correspondante comme définition du flux. Toutefois, on ne peut pas parler de la quantité de champ ou de la quantité d'électricité qui traverse la surface. Il peut y avoir un flux sans que rien ne se déplace. Nous avons donc, en désignant par Ψ le flux du champ électrique:

$$\boxed{D = vS} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\Psi = ES.}$$

b) Champ uniforme
Surface plane

Dans un écoulement où le vecteur $\vec{v}$ est partout le même, nous plaçons par la pensée une surface plane d'aire S. Son contour définit un tube de courant. Le liquide étant incompressible, le débit est le même à travers la section oblique S ou la section droite S' du tube. Le flux à travers la surface donnée est donc égal à vS'. Or S' est l'aire de la projection de la surface donnée sur un plan perpendiculaire aux lignes de champ.



α étant l'angle de la surface avec le plan, les mathématiques nous enseignent que $S' = S \cos\alpha$. Le débit cherché est donc: $D = vS \cos\alpha$. On peut donner une forme vectorielle à cette expression. Pour cela, il faut représenter la surface à l'aide d'un vecteur. Il y a une infinité de direction parallèles à une surface plane, mais il n'y a qu'une direction perpendiculaire. Nous représenterons donc la surface par un vecteur $\vec{S}$ normal à celle-ci et ayant une grandeur égale à son aire. Le sens du vecteur $\vec{S}$ est choisi arbitrairement. Deux surfaces planes et leurs perpendiculaires se coupent suivant les mêmes

angles. On retrouve donc l'angle α (ou éventuellement son supplément) entre les vecteurs $\vec{S}$ et $\vec{v}$. Le produit représentant le flux peut donc être mis sous la forme du produit scalaire $D = \vec{v}.\vec{S}$.

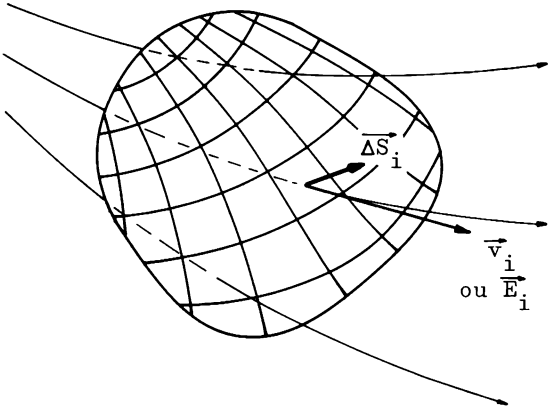
Dans le champ électrique, on définit le flux par l'expression mathématique correspondante. On a:

$$\boxed{D = \vec{v}.\vec{S}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\Psi = \vec{E}.\vec{S}.}$$

Si on donne au vecteur $\vec{S}$ le sens opposé, le flux change de signe. Le sens du vecteur $\vec{S}$ étant arbitraire, le flux a un signe arbitraire. Donc, le flux est défini au signe près.

c) || Champ quelconque
|| Surface quelconque

Dans un écoulement quelconque, introduisons par la pensée une surface quelconque. Partageons-la en surfaces d'aires ΔS_1, ΔS_2, ..., ΔS_n suffisamment petites pour qu'on puisse les considérer comme planes et que sur chacune d'elles le champ soit pratiquement uniforme. Désignons par $\vec{v}_i$ la valeur de la vitesse sur l'élément de surface portant l'indice i et par $\overrightarrow{\Delta S_i}$ le vecteur représentant cette surface. Le flux à travers la surface donnée est la somme des flux élémentaires à travers les petites surfaces. On aura donc, pour le champ des vitesses et pour le champ électrique:



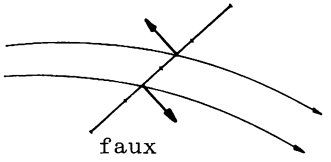
$$\boxed{D = \sum \vec{v}_i.\overrightarrow{\Delta S_i}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\Psi = \sum \vec{E}_i.\overrightarrow{\Delta S_i}.}$$

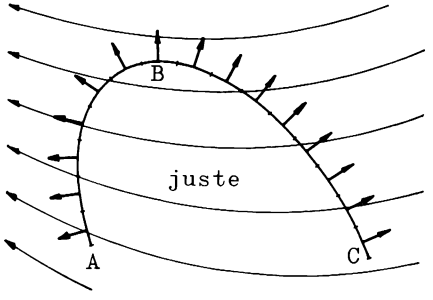
Plus exactement, le flux est défini par la limite des expressions ci-dessus, lorsque tous les $\overrightarrow{\Delta S_i}$ tendent vers zéro. Il

s'agit alors d'intégrales de surface.

$$D = \iint \vec{v}.\overrightarrow{dS}, \qquad \Psi = \iint \vec{E}.\overrightarrow{dS}.$$

Examinons la question du signe des flux élémentaires. Considérons deux petites surfaces voisines l'une de l'autre. Si l'on orientait les vecteurs $\overrightarrow{\Delta S_i}$ de part et d'autre de la surface donnée, les flux élémentaires se retrancheraient au lieu de s'ajouter. Pour que la somme indiquée ci-dessus représente effectivement le flux total, il faut que tous les vecteurs $\overrightarrow{\Delta S_i}$ soient orientés du même côté de la surface donnée.





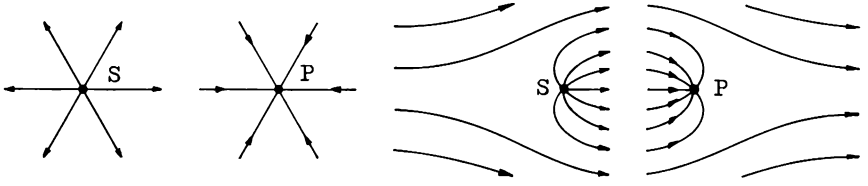
Le flux élémentaire est positif si les vecteurs $\overrightarrow{\Delta S_i}$ et $\vec{v}_i$ (ou $\overrightarrow{\Delta S_i}$ et $\vec{E}_i$) forment un angle aigu ou nul. Il est négatif si ces vecteurs forment un angle obtus ou plat. Il est nul si les lignes de champ sont tangentes à la surface. Le dessin ci-contre représente la coupe d'une surface. De A à B, les flux élémentaires sont positifs, de B à C, ils sont négatifs. Dans le voisinage de B, ils sont à peu près nuls.

Dans ce paragraphe, nous avons défini simultanément le flux en hydrodynamique et en électricité. Dans la suite de ce chapitre, nous nous occuperons exclusivement de l'hydrodynamique.

§ 53 Sources et puits

Imaginons qu'il existe un point où du liquide soit créé, et cela en quantité constante par unité de temps. Un tel point est appelé une source. De la même manière, imaginons un point où du liquide soit détruit, et cela en quantité constante par unité de temps. Nous appelons un tel point un puits. Bien que les sources et les puits - dans le sens précisé ici - n'existent pas dans la nature, un petit effort d'imagination suffit pour qu'il soit possible de les considérer.

Les figures qui suivent montrent une source et un puits dans un lac, et dans une rivière.



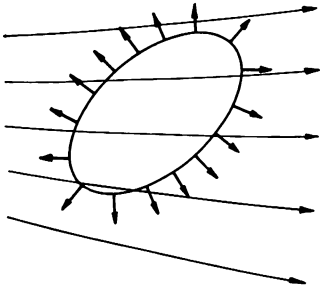
Une source constitue toujours l'origine de lignes de courant, un puits en constitue l'extrémité.

Les lignes de courant n'ont pas nécessairement une origine et une extrémité. Elles peuvent être fermées. Par exemple, lorsqu'un liquide tourne dans un récipient cylindrique, les lignes de courant sont des cercles.

§ 54 Flux à travers une surface fermée

Comme exemples de surfaces fermées, citons: la sphère, le cube et l'ellipsoïde. Convenons d'orienter toujours vers l'extérieur les vecteurs représentant les éléments de surface. Ainsi, il n'y a plus d'indétermination concernant le signe du flux. Nous désignons celui-ci par D_o.

Considérons d'abord une surface à l'intérieur de laquelle il n'y a ni sources ni puits. Dans la somme

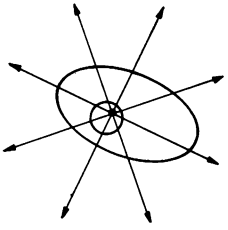


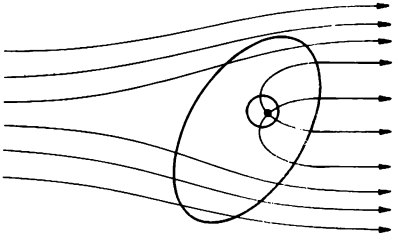
$$D_o = \sum \vec{v}_i . \overrightarrow{\Delta S}_i$$

figurent des termes négatifs et des termes positifs. Les premiers sont relatifs au liquide qui entre dans la surface fermée, les seconds, au liquide qui en sort. La somme des termes négatifs représente donc le flux total du liquide qui entre, tandis que la somme des termes positifs représente le flux total du liquide qui sort. Si, à l'intérieur de la surface, il n'y a ni création ni destruction de liquide, le flux entrant doit être de même grandeur que le flux sortant. Comme ils sont de signe opposé,

leur somme doit être nulle. Nous concluons que le flux à travers une surface fermée ne contenant ni sources ni puits est nul.

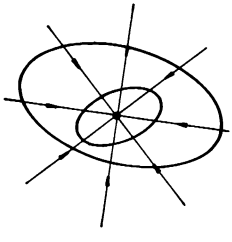
Considérons maintenant différentes surfaces fermées entourant

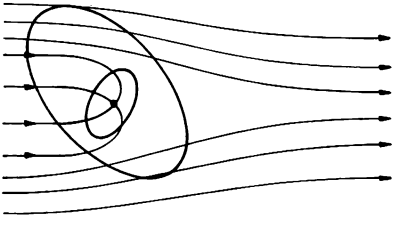




la même source. L'explication qui suit concerne la situation évoquée par le second dessin. Les conclusions sont valables d'une manière générale. Dans la somme des flux élémentaires, une partie des termes concernent le liquide qui entre, puis sort de la surface. La somme de tous ces termes est nulle. En outre, il y a des termes relatifs à la sortie du liquide créé à l'intérieur. Le débit total est égal à la somme de ces termes-là. Il en résulte que le flux à travers une surface fermée entourant une source est positif, qu'il est égal au débit de la source et que, par conséquent, il est le même pour toutes les surfaces qui entourent la même source.

De la même manière, si on a différentes surfaces enfermant un certain puits, on constate que le flux est négatif, qu'il est égal au débit du puits et que par suite, il est le même pour n'importe quelle surface entourant le puits.





Voir annexe, page 296 et suivantes.

Chapitre 6

LOI DE GAUSS RELATIVE AU CHAMP ELECTRIQUE

A. LOI DE GAUSS

§ 55 Flux du champ électrique

Au chapitre précédent, nous avons défini le flux du champ électrique par analogie avec le flux ou le débit de liquide à travers une surface. D'autre part, nous avons mentionné plusieurs propriétés du flux en hydrodynamique. Dans ce chapitre-ci, nous ferons voir que ces propriétés appartiennent aussi au flux du champ électrique. Toutefois, si pour une définition il est permis d'opérer par analogie, on ne peut faire de même lorsqu'il s'agit d'énoncer des lois. Le raisonnement par analogie rendra plausibles les propriétés du flux du champ électrique que nous indiquerons. L'expérience seule peut montrer si ces propriétés sont vraies ou fausses.

En électricité, le flux est le produit d'un champ électrique par une aire. Dans le système MKSA, ces dernières grandeurs se mesurent en V/m et en m^2. L'unité de flux est donc le Vm.

Nous désignerons le flux à travers une surface fermée par Ψ_e. Nous orienterons les vecteurs $\overrightarrow{\Delta S_i}$ vers l'extérieur de la surface.

§ 56 Relation entre les charges et le champ qu'elles produisent

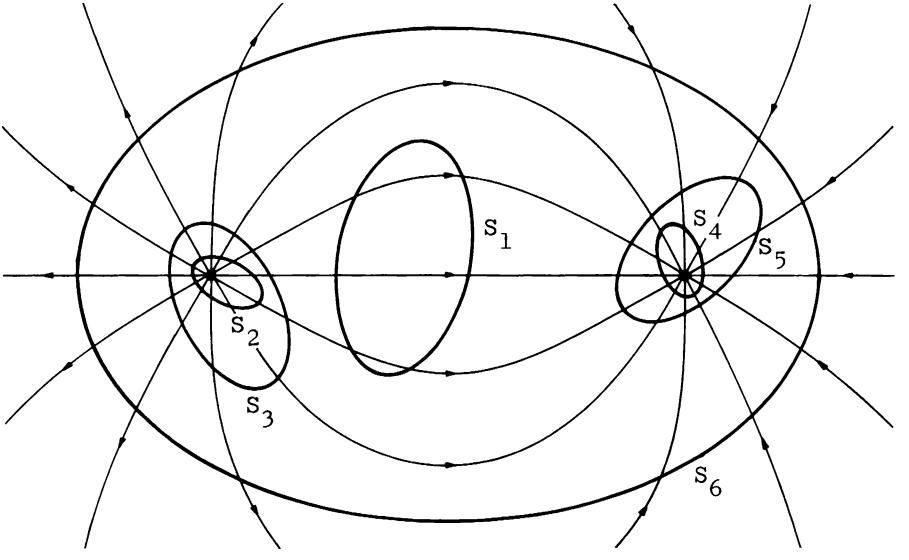
Nous avons montré que d'une charge positive il part des lignes de champ et qu'à une charge négative il en arrive. Les charges jouent donc pour le champ électrique le rôle que les sources et les puits jouent pour le champ des vitesses en hydrodynamique.

D'autre part, l'expérience permet d'énoncer la loi suivante:

> Loi de Gauss: Le flux du champ électrique à travers une surface fermée est proportionnel à la somme algébrique des charges situées à l'intérieur de cette surface.

Nous noterons: $\boxed{\varepsilon_0 \Psi_0 = Q_{enf}.}$

Examinons par exemple le champ produit par deux charges ponctuelles opposées. Plaçons dans ce champ différentes surfaces fermées (sphères, ellipsoïdes, etc).



La charge enfermée dans S_1 est nulle. Celle qui est enfermée dans S_2 est la même que celle qui est dans S_3 et est positive. Celle qui est enfermée dans S_4 est la même que celle qui est dans S_5 et est négative. Enfin, la charge totale enfermée dans S_6 est nulle. D'après la loi de Gauss, on en déduit:

- Le flux à travers une surface ne contenant pas de charges est nul.

- Le flux à travers une surface qui entoure une charge positive est positif. Il est proportionnel à la charge et il est le même pour toutes les surfaces entourant la même charge.

- Le flux à travers une surface qui entoure une charge négative est négatif. Il est proportionnel à la charge et il est le même pour toutes les surfaces entourant la même charge.

- Le flux à travers une surface enfermant autant de charges positives que de charges négatives est nul.

On remarquera l'analogie entre ces résultats et ceux qui concernent l'hydrodynamique.

D'une manière tout-à-fait générale, la loi de Gauss signifie que le flux du champ électrique à travers une surface fermée ne dépend que des charges qui y sont enfermées. Il ne dépend pas de la forme et de la grandeur de la surface, ni des charges qui se trouvent à l'extérieur. Chaque fois qu'on devra appliquer cette loi, on choisira la surface la plus commode, c'est-à-dire celle qui rend le calcul du flux le plus simple. On mettra par exemple des portions de surface parallèles aux lignes de champ et d'autres perpendiculaires.

Le facteur de proportionnalité ε_0 est appelé constante d'influence. Il vaut:

$$\varepsilon_0 = 8{,}86.10^{-12}\ \frac{C}{Vm}.$$

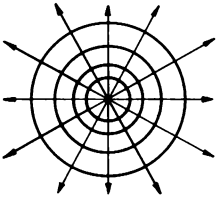
La loi de Gauss est la relation liant le champ électrique aux charges qui le produisent. Toutefois, elle ne fait pas intervenir le champ lui-même, mais un de ses dérivés: le flux.

Il n'est pas question de démontrer la loi de Gauss. Mais, comme ses nombreuses conséquences sont vérifiées par l'expérience, on peut l'admettre comme un axiome. Nous l'avons déjà indiqué dans la préface, c'est une des lois fondamentales de l'électricité.

B. APPLICATIONS

§ 57 Champ produit par une charge ponctuelle

Nous avons déjà montré que les lignes d'un tel champ sont radiales. Il en résulte que les surfaces équipotentielles sont des sphères ayant la charge pour centre. L'intensité du champ est la même en tout point d'une telle sphère.



Calculons l'intensité du champ à une distance r d'une charge positive Q. Pour cela, utilisons la loi de Gauss. La surface fermée la plus commode est évidemment une sphère centrée sur la charge. Le champ est partout perpendiculaire aux éléments de surface. Les vecteurs $\vec{E}_i$ et $\vec{\Delta S}_i$ sont donc parallèles. De plus, les vecteurs $\vec{E}_i$ ont tous la

même grandeur E. On a donc:

$$\Psi_e = \sum \vec{E}_i . \vec{\Delta S}_i = \sum E_i . \Delta S_i = \sum E . \Delta S_i = E \sum \Delta S_i = E . 4\pi r^2 .$$

$$\varepsilon_0 \Psi_e = Q_{enf} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_0 . E . 4\pi r^2 = Q \quad \Rightarrow \quad E = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r^2} .$$

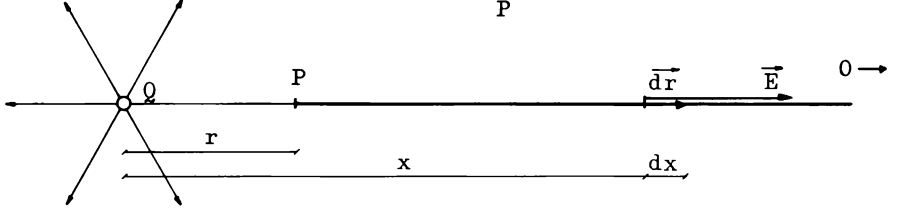
L'intensité du champ est donc inversement proportionnelle au carré de la distance. Le champ d'une charge négative se calcule d'une manière analogue. Le lecteur pourra vérifier que les formules ci-dessous expriment de façon générale le champ électrique produit par une charge ponctuelle. La seconde le fait sous forme vectorielle grâce au vecteur unitaire $\vec{r}/r$. La charge Q étant placée à l'origine, $\vec{E}$ est la valeur du champ au point dont le repère est $\vec{r}$.

$$E = \frac{|Q|}{4\pi \varepsilon_0 r^2} \qquad \text{ou} \qquad \vec{E} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} .$$

§ 58 Potentiel dans le champ d'une charge ponctuelle

Nous allons calculer le potentiel en un point P, situé à une distance r d'une charge ponctuelle positive Q. Choisissons le point de référence O à l'infini, c'est-à-dire à une distance suffisante de la charge Q pour que le champ électrique y soit négligeable. D'après la définition, le potentiel de P est la tension entre P et O, par un chemin quelconque. Choisissons un chemin qui suit une ligne de champ. L'intensité du champ électrique variant le long de ce chemin, il nous faut calculer la tension à l'aide d'une intégrale.

$$V_P = U_{PO} = \int_P^O \vec{E} . \vec{dr} .$$



Désignons par x la variable d'intégration. Elle varie de r à ∞. L'angle des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{dr}$ étant toujours nul, le produit

scalaire $\vec{E}.\vec{dr}$ prend la forme $E.|\vec{dr}|$, ou encore E.dx. D'après le résultat du paragraphe précédent,

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon x^2}.$$

Nous avons donc:

$$V_P = \int_r^\infty E.dx = \int_r^\infty \frac{Q dx}{4\pi\varepsilon x^2} = \left[\frac{-Q}{4\pi\varepsilon x}\right]_r^\infty = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}.$$

Dans le cas d'une charge négative, le calcul ci-dessus est valable à deux changements de signe près. En premier lieu, l'angle des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{dr}$ est plat. Le produit scalaire de ces vecteurs vaut alors - E.dx. En second lieu, l'intensité du champ électrique s'exprime par

$$E = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon x^2}.$$

Ces deux changements de signe font que l'expression du potentiel est la même que dans le cas d'une charge positive.

Dans le champ électrique créé par une charge ponctuelle, le potentiel s'exprime donc par la fonction

$$\boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r},}$$

si le point de référence est placé à l'infini.

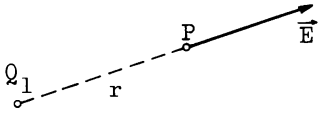
Le potentiel en un point est donc inversement proportionnel à la distance de la charge à ce point. Si la charge est positive, le potentiel est partout positif. Si la charge est négative, il est partout négatif.

§ 59 Loi de Coulomb

Calculons les forces que deux charges ponctuelles exercent l'une sur l'autre. Soient Q_1 et Q_2 les charges et r la distance qui les sépare. Nous travaillons avec deux charges positives, mais le raisonnement s'étend immédiatement à des charges quelconques.

Considérons d'abord la charge Q_1 seule. Elle crée autour d'el-

le un champ électrique. En un point P situé à une distance r de la charge, le champ a l'intensité



$$E = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon r^2}.$$

Plaçons la charge Q_2 au point P. Elle subit de la part du champ électrique une force Q_2E. La force exercée par Q_1 sur Q_2 vaut donc:

$$\boxed{F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon r^2}.}$$

En permutant les rôles de Q_1 et Q_2, on peut calculer la force exercée sur Q_1. On trouve la même expression. C'est d'ailleurs une nécessité imposée par le principe de l'action et de la réaction.

> Loi de Coulomb: Deux charges ponctuelles exercent l'une sur l'autre une force proportionnelle aux charges et inversement proportionnelle au carré de la distance.

Cette loi présente une analogie remarquable avec la loi de la gravitation universelle.

Les forces exercées par les charges les unes sur les autres sont souvent appelées forces de Coulomb ou forces coulombiennes.

A titre d'exemple, calculons avec quelle force se repoussent deux charges de 1 coulomb situées à 1 kilomètre l'une de l'autre.

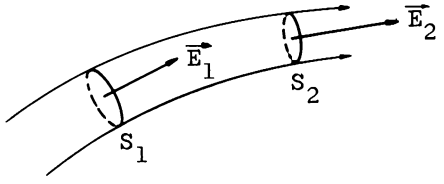
$$F = \frac{1\ C.1\ C}{4\pi.8{,}86.10^{-12}\ \frac{C}{Vm}.10^6\ m^2} = 8{,}99.10^3\ N = 916\ kg^*.$$

Ce calcul montre qu'une charge d'un coulomb est énorme, relativement aux charges avec lesquelles on fait les expériences d'électrostatique.

§ 60 Tube de champ

On appelle ainsi la surface formée par l'ensemble des lignes de champ qui s'appuient sur une ligne fermée. C'est ce que nous avons appelé, en hydrodynamique, un tube de courant.

Etudions le champ électrique dans une portion de l'espace où il n'y a pas de charges. Pour cela, considérons deux sections droites d'un tube de champ. Soient S_1 et S_2 leurs aires, $\vec{E_1}$ et $\vec{E_2}$ les valeurs du champ sur ces surfaces. (Ceci n'a de sens que si le tube est assez mince). Appliquons la loi de Gauss à la surface fermée obtenue. A travers les parois latérales du tube, le flux est évidemment nul. A travers les bases, il vaut, en tenant compte des conventions de signe, $-E_1S_1$ et E_2S_2. La charge enfermée étant nulle, nous pouvons écrire:



$$\varepsilon_0 \Psi_0 = Q_{enf}, \qquad -E_1S_1 + E_2S_2 = 0, \qquad E_1S_1 = E_2S_2.$$

Le long d'un tube de champ, le champ électrique est donc inversement proportionnel à la section droite du tube.

Cette règle exprime de façon quantitative le fait suivant: lorsque les lignes de champ s'écartent, l'intensité du champ diminue; lorsqu'elles se rapprochent, l'intensité augmente.

Chapitre 7

ELECTROSTATIQUE

§ 61 Rappels

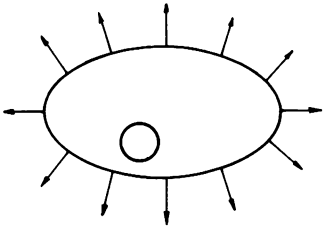
Le lecteur est invité à revoir les paragraphes 25, 36 et 47 qui traitent du sujet que nous abordons ici. Rappelons

- qu'un champ électrostatique est un champ produit par des charges immobiles,
- que dans un tel champ les tensions sont indépendantes des chemins,
- qu'à l'intérieur des conducteurs, le champ électrique est identiquement nul,
- qu'entre deux points d'un même conducteur, la tension est nulle,
- que tous les points d'un même conducteur sont au même potentiel,
- que, dans le voisinage d'un conducteur, les lignes de champ sont perpendiculaires à sa surface,
- et qu'une ligne de champ n'a jamais son origine et son extrémité sur le même conducteur.

Précisons que les propriétés ci-dessus ne sont pas valables dans un champ électrique quelconque.

§ 62 La place des charges sur les conducteurs

Considérons un conducteur chargé. A l'intérieur de celui-ci, plaçons par la pensée une petite surface fermée et appliquons la loi de Gauss. Le champ électrique étant nul dans tout le conducteur, le flux, et par conséquent la charge enfermée dans la petite surface, sont nuls. Ainsi, les charges ne peuvent se trouver nulle part à l'intérieur du conducteur. Elles



ne peuvent être qu'à sa surface.

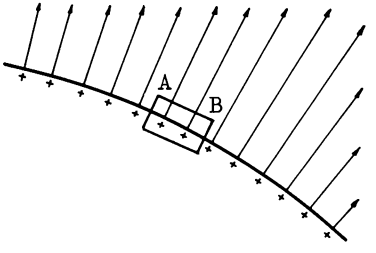
> En électrostatique, les charges se répartissent toujours à la surface des conducteurs.

§ 63 Champ électrique au voisinage d'un conducteur

Puisque les charges se répartissent à la surface des conducteurs, il est utile d'introduire une grandeur permettant d'exprimer quantitativement cette répartition. On appelle densité superficielle de charge la quantité de charge par unité de surface. Elle se désigne par σ et se mesure en C/m^2.

Il existe une relation simple entre la densité superficielle de charge et l'intensité du champ dans le voisinage du conducteur. Pour trouver une relation entre des charges et le champ qu'elles produisent, il faut faire appel à la loi de Gauss.

Pour simplifier au maximum le calcul du flux, choisissons une surface fermée constituée par une petite portion de tube de champ, terminée à une extrémité par une section droite AB, d'aire S et à l'autre extrémité par une surface de forme quelconque, située à l'intérieur du conducteur. Les flux élémentaires sont nuls sur cette dernière partie de la surface, puisque le champ y est nul. Ils sont aussi nuls sur les parois du tube. Le flux à travers la surface fermée est donc égal au flux à travers la face AB. Nous prenons une portion de tube de courant suffisamment petite pour que le champ y soit pratiquement uniforme. Le flux à travers la surface fermée est donc: $\Psi_0 = ES$. D'autre part, le tube enferme une portion de la surface du conducteur dont l'étendue vaut S. La charge enfermée est égale à autant de fois σ qu'il y a d'unités de surface dans S. Elle vaut donc σS. On peut alors écrire



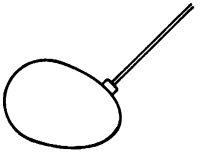
$$\varepsilon_0 \Psi_0 = Q_{enf}, \qquad \varepsilon ES = \sigma S,$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon}.}$$

L'intensité du champ électrique est proportionnelle à la densité superficielle de charge.

§ 64 Répartition des charges sur un conducteur

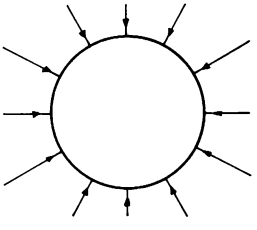
L'étude expérimentale de cette répartition se fait à l'aide d'un plan d'épreuve. On appelle ainsi une surface métallique fixée à un manche isolant. Lorsqu'on applique le plan d'épreuve sur le conducteur, la portion de surface recouverte perd ses charges puisqu'elle fait alors partie de l'intérieur du conducteur. Ces charges vont sur le plan d'épreuve. En éloignant celui-ci du conducteur, on emporte les charges. On peut les mesurer et déterminer la densité superficielle de charge.



L'expérience montre que la densité superficielle de charge est grande aux endroits où la surface a un faible rayon de courbure. Les charges ont donc tendance à s'accumuler sur les angles ou sur les pointes des conducteurs. Dans ces régions, le champ électrique est très intense, ce qui peut provoquer une ionisation de l'air et une décharge, comme nous l'avons vu au paragraphe 27. Lorsqu'on veut conserver des charges sur un conducteur, on évite les pointes et les angles. Cela explique pourquoi on donne des formes arrondies aux machines électrostatiques.

§ 65 Champ produit par une sphère métallique chargée

Les charges se répartissent à la surface de la sphère. A l'intérieur, le champ est nul. A l'extérieur, les lignes de champ sont radiales, par raison de symétrie. A une même distance de la sphère, le champ doit avoir même intensité. Celle-ci se calcule par la loi de Gauss. Le lecteur vérifiera qu'à l'extérieur de la sphère, le champ est identique à celui qu'il y aurait si la charge était placée au centre de la sphère.



S'il y a un corps chargé dans le voisinage de la sphère, l'influence fait que les charges ne se répartissent plus uniformément sur la surface. Le calcul indiqué n'est plus valable.

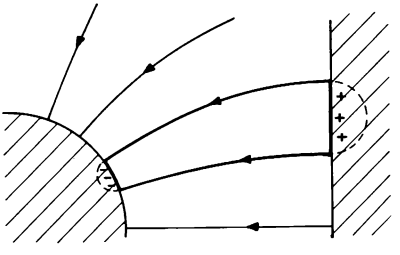
§ 66 Champ entre des conducteurs

Nous considérons un ensemble de conducteurs chargés, isolés les uns des autres. Nous supposons qu'il n'y a pas de charges

dans l'espace qui les sépare. L'influence qu'ils exercent les uns sur les autres joue un grand rôle dans la répartition des charges à leur surface. Malgré la complexité du champ électrique produit, nous allons voir qu'il possède quelques propriétés simples.

Les lignes de champ partent toujours d'une surface conductrice chargée positivement et aboutissent à une surface chargée négativement. Dans le voisinage de ces surfaces, elles leur sont perpendiculaires. L'intensité du champ dépend de la section des tubes de champ, comme nous l'avons montré au paragraphe 60. Comme il n'est pas possible qu'une ligne de champ ait son origine et son extrémité sur le même conducteur, les lignes de champ vont toujours d'un conducteur à l'autre, ou d'un conducteur à l'infini.

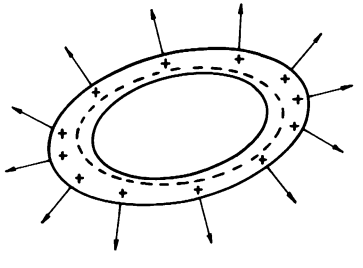
Un tube de champ détermine sur les conducteurs qui sont à ses extrémités deux surfaces qu'on appelle éléments correspondants.



Appliquons la loi de Gauss à la surface constituée par un tube de champ et deux surfaces situées dans les conducteurs et fermant le tube à chaque extrémité. Pour des raisons évidentes, le flux est nul à travers chaque portion de la surface envisagée. La charge enfermée est donc nulle. Nous en concluons que des éléments correspondants portent toujours des charges opposées.

§ 67 Champ à l'intérieur d'un conducteur creux

Plaçons des charges sur un conducteur possédant une cavité.



Lorsque l'équilibre électrostatique est atteint, le champ électrique est nul dans la matière du conducteur. Est-il aussi nul à l'intérieur de la cavité ? Les charges placées sur le conducteur sont-elles réparties sur ses deux surfaces ou seulement sur sa surface extérieure ?

Considérons une surface fermée entourant la cavité et située entièrement dans la matière du conducteur (en pointillé dans le dessin). Sur toute cette sur-

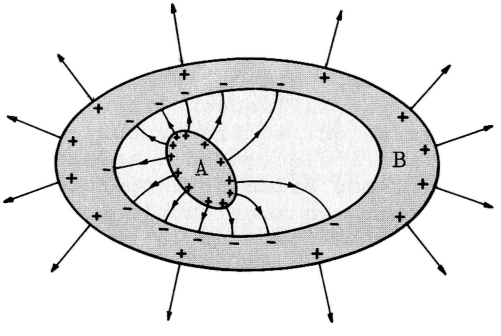
face, le champ électrique est nul. Le flux qui la traverse est nul. D'après la loi de Gauss, la charge qui y est enfermée est nulle. La surface limitant la cavité peut donc ne pas porter de charges ou porter des charges dont la somme est nulle. Examinons le second cas. Si elle porte des charges positives et des charges négatives, il y a dans la cavité un champ dont les lignes partent des charges positives et aboutissent aux charges négatives. Mais il est impossible que des lignes de champ aient leur origine et leur extrémité sur le même conducteur. Le second cas est à exclure. La surface intérieure du conducteur ne porte donc pas de charges et le champ à l'intérieur de la cavité est nul.

Cette propriété trouve une application pratique dans la cage de Faraday. A l'intérieur d'une cage métallique, on protège des personnes ou des instruments de toute action électrique venant de l'extérieur, même si la cage est chargée d'une manière importante.

Si on place des charges à l'intérieur de la cavité, les conclusions de ce paragraphe ne sont plus valables.

§ 68 Influence totale

Considérons un conducteur chargé A situé à l'intérieur d'une enceinte conductrice B non chargée. Supposons, par exemple, que A porte une charge positive q. Cette charge est répartie sur la surface de A et crée un champ dans la cavité. Dans la matière des deux conducteurs, le champ est nul. Dans le conducteur B, plaçons par la pensée une surface fermée entourant la cavité. Le flux qui traverse la surface étant nul, la charge totale qu'elle enferme est nulle d'après la loi de Gauss. Nous concluons que la charge créée par influence sur la surface intérieure du conducteur B est égale à -q.

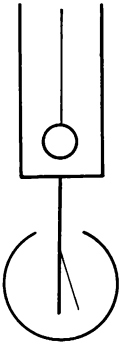


Toutes les fois que la charge produite par influence a la même grandeur que la charge produisant l'influence, on dit qu'on a une influence totale.

Le conducteur B étant neutre au départ, l'apparition d'une charge -q sur sa face intérieure entraîne l'apparition d'une charge q sur sa face extérieure. La répartition des charges q sur le conducteur A et des charges -q sur la surface intérieure du conducteur B dépendent évidemment de la position de l'objet A dans la cavité. Ces charges sont disposées de telle sorte qu'elles produisent un champ nul dans l'espace qui les entoure. Elles n'ont donc aucune influence sur les charges qui sont autour d'elles. La répartition des charges q sur la surface extérieure de B ne dépend donc pas de ce qui se trouve dans la cavité. Ces charges sont disposées comme si le conducteur B était plein et qu'on ait placé une charge q sur lui.

Si on met le conducteur B en contact avec la terre, les charges qu'il porte sur sa surface extérieure s'en vont. Les autres charges ne sont pas modifiées.

Nous sommes maintenant en mesure d'expliquer le fonctionnement du cylindre de Faraday (§ 4). Amenons à l'intérieur du cylindre une boule portant une charge q. Bien que le cylindre ne constitue pas une enceinte complètement fermée, il y a influence totale. Une charge -q apparaît sur la surface intérieure du cylindre et une charge q sur sa surface extérieure. L'électroscope appartient à la surface extérieure. Ainsi, les feuilles de l'électroscope se chargent et divergent exactement comme si on avait placé la charge q sur le cylindre. Si on met la boule en contact avec la paroi intérieure, la charge q qu'elle porte et la charge -q produite par influence s'annulent l'une l'autre. La charge qui se trouve sur la paroi extérieure et sur l'électroscope ne subit aucune modification. Comme bilan de l'opération, on peut dire que la charge q a quitté la boule et s'est placée sur l'électroscope. La mesure de la charge peut donc se faire avec ou sans le contact de la boule avec le cylindre. On peut donc aussi mesurer avec un cylindre de Faraday des charges qui ne peuvent pas quitter l'objet qui les porte.



Chapitre 8

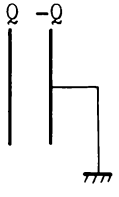
CONDENSATEURS

A. DEFINITIONS

§ 69 Introduction

On appelle condensateur l'ensemble de deux conducteurs isolés l'un de l'autre. Ceux-ci constituent les armatures du condensateur. Nous nous intéresserons aux charges portées par les armatures et à la tension existant entre elles. Nous nous limiterons au cas où les deux armatures portent des charges opposées. Ce cas est très fréquent dans la pratique, car il se réalise automatiquement dans beaucoup de circonstances. Souvenons-nous, par exemple, de l'influence totale (§ 68) ou de la propriété des éléments correspondants (§ 66).

Mentionnons aussi une expérience qu'on peut faire avec un condensateur plan. Le système ne portant pas de charges, on relie une des deux plaques à la terre, puis on amène une charge Q sur l'autre plaque. On constate alors qu'une charge -Q vient de la terre sur la plaque neutre. On peut le vérifier, par exemple, en supprimant le lien avec la terre et en utilisant un galvanomètre balistique.



Lorsque nous parlerons de la charge Q d'un condensateur, il ne s'agira donc pas de la charge totale, qui est le plus souvent nulle, mais de la charge portée par une des plaques. Sauf mention expresse, Q sera choisi positif. De même, nous compterons positivement la tension U entre les plaques.

§ 70 Capacité

Considérons un ensemble de charges produisant un certain champ électrique. Remplaçons chaque charge par une charge k fois plus grande. Toute surface fermée imaginable renferme k fois plus de charges et, d'après la loi de Gauss, le flux qui la traverse doit être k fois plus grand. Cela n'est possible que

si, en chaque point, le champ est k fois plus grand. On peut résumer ce fait en disant: L'intensité du champ électrique est proportionnelle aux charges qui le produisent.

Si, en tout point de l'espace, le champ est k fois plus grand, toute tension élémentaire est multipliée par k. La tension entre deux points quelconques est donc k fois plus grande. En raccourci, on pourrait dire: La tension est proportionnelle au champ électrique.

Appliquons ces conclusions à un condensateur portant une charge Q. En tout point, le champ électrique est proportionnel à Q. La tension entre les armatures est proportionnelle au champ et, par conséquent, proportionnelle à Q. Nous pouvons donc écrire:

$$Q = CU.$$

La charge d'un condensateur est proportionnelle à la tension qui règne entre ses armatures.

Le coefficient de proportionnalité est appelé <u>capacité</u> du condensateur. On peut énoncer:

La capacité d'un condensateur est le quotient de sa charge par la tension entre ses armatures.

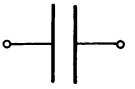
Montrons comment se justifie le terme de capacité. Relions différents condensateurs aux bornes d'une pile. A l'état d'équilibre, la tension entre les armatures est égale à la tension de la pile. U est donc le même pour tous les condensateurs envisagés. Ceux qui sont caractérisés par une grande constante C ont emmagasiné, d'après la formule Q = CU, une grande charge. Le coefficient C exprime donc la capacité qu'a un condensateur d'emmagasiner des charges, lorsqu'il est placé sous une tension donnée.

Dans le système MKSA, la capacité se mesure en C/V. Cette unité est appelée farad (abréviation: F).

$$1 \text{ farad} = 1 \frac{\text{coulomb}}{\text{volt}}.$$

Les condensateurs employés dans la technique ont des capacités beaucoup plus petites que 1 farad. On utilise les sous-multiples de cette unité:

1 microfarad = 1 μF = 10^{-6} F,
1 nanofarad = 1 nF = 10^{-9} F,
1 picofarad = 1 pF = 10^{-12} F.

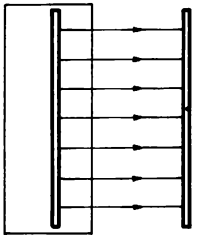
On représente un condensateur par le schéma: 

B. APPLICATIONS

§ 71 Condensateur plan

C'est un condensateur constitué par deux plaques métalliques planes, parallèles l'une à l'autre. Lorsqu'on charge le condensateur, le champ électrique est pratiquement nul à l'extérieur et il est uniforme dans l'espace compris entre les plaques, sauf vers les bords. Cet effet de bord est négligeable si la distance entre les plaques est petite par rapport aux dimensions de celles-ci. Dans l'expérience faite avec des grains de semoule (§ 22), nous avons pu rendre visible ce champ électrique.

Nous nous proposons de calculer la capacité d'un condensateur plan. Pour cela, il nous faut établir la relation entre la charge du condensateur et le champ électrique qu'elle produit, puis la relation entre ce champ électrique et la tension entre les armatures. Utilisons d'abord la loi de Gauss. Pour l'appliquer, nous choisissons une surface prismatique enfermant l'armature positive. Le flux total à travers ce prisme est égal au flux à travers celle de ses faces qui se trouve entre les plaques, car les flux à travers les autres faces sont nuls pour des raisons évidentes.



En désignant l'aire d'une des plaques par S, on a donc:

$$\varepsilon_0 \Psi_0 = Q_{enf}, \qquad \varepsilon ES = Q, \qquad E = \frac{Q}{\varepsilon S}.$$

Chose remarquable, le champ est indépendant de la distance entre les plaques.

Le champ est uniforme. Si on désigne par d la distance entre les plaques, la tension qu'il y a entre elles vaut:

$$U = Ed.$$

Nous pouvons maintenant trouver la relation entre la charge et la tension et en déduire la capacité.

$$Q = \varepsilon ES = \varepsilon_0 \frac{U}{d} S = \varepsilon_0 \frac{S}{d} U.$$

$$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}.}$$

Cette relation montre que la capacité du condensateur est d'autant plus grande que l'aire des plaques est grande et que la distance qui les sépare est petite.

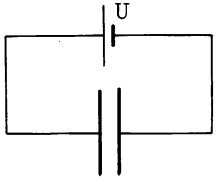
On peut montrer que cette formule n'est pas valable seulement pour un condensateur plan, mais pour un condensateur de forme quelconque, pourvu que la distance entre ses armatures soit constante et très petite. Nous en verrons un exemple dans le cas du condensateur sphérique (§ 73).

Examinons ce qui se passe lorsqu'on a un condensateur plan possédant une charge Q bien déterminée, et qu'on fait varier la distance entre les plaques. La tension vaut:

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S}.$$

Elle augmente lorsque la distance augmente. Quant au champ électrique, sa valeur reste fixe: $E = Q/\varepsilon_0 S$.

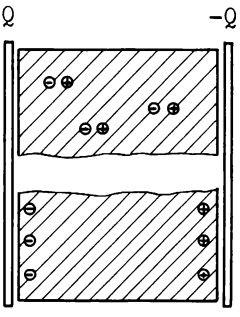
Qu'en est-il lorsque les armatures du condensateur restent liées à un générateur et qu'on fait varier la distance entre les plaques ? La tension est fixe. La charge est déterminée par les relations:



$$Q = CU = \frac{\varepsilon_0 SU}{d}.$$

On voit qu'elle diminue lorsque la distance augmente. Suivant que les plaques se rapprochent ou s'éloignent l'une de l'autre, la source doit débiter ou emmagasiner des charges. Le champ électrique vaut toujours $Q/\varepsilon_0 S$. Il varie donc de la même manière que la charge du condensateur.

§ 72 Condensateur plan avec diélectrique



Si on place un diélectrique, c'est-à-dire un isolant, entre les plaques d'un condensateur portant une charge Q, le champ électrique subit une diminution. Indiquons brièvement pourquoi. Les électrons et les noyaux subissent des forces de sens opposé. Les atomes en sont légèrement déformés. Le centre de gravité des charges positives ne coïncide plus avec celui des charges négatives. Ce phénomène est appelé polarisation. Le résultat de ces déformations est qu'il apparaît à la surface du diélectrique des charges positives d'un côté, négatives de l'autre. Lorsqu'on calcule le champ à l'aide de la loi de Gauss, comme au paragraphe 71, la charge enfermée Q' est la somme algébrique de la charge Q de la plaque et de la charge de polarisation. Ces deux charges étant de signe opposé, il est évident que Q' est plus petit que Q. Le champ est moins intense que s'il n'y avait pas de diélectrique, car $E = Q'/\varepsilon_0 S$. La tension aussi est plus petite, car $U = Ed$. Par contre, la capacité est plus grande, car elle vaut toujours $C = Q/U$ (non pas Q'/U). On peut montrer que l'introduction d'un diélectrique entre les plaques d'un condensateur multiplie la capacité par un facteur ε, qui ne dépend que de la nature du diélectrique. Ce facteur est appelé constante diélectrique. En voici quelques valeurs:

Substance:	Verre	Paraffine	Eau	Air	Vide
ε :	5 à 7	2	81	1,0006	1

La capacité d'un condensateur contenant un diélectrique est donc

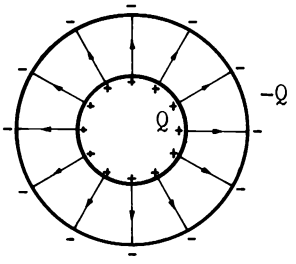
$$C = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{S}{d}.$$

Si on introduit un diélectrique entre les plaques d'un condensateur portant une charge fixe, la tension diminue. Mais si le condensateur est relié à une source, sa tension et le champ électrique doivent rester les mêmes. Dans ce cas, c'est la charge qui augmente.

La technique utilise des condensateurs constitués de deux longues bandes de papier d'aluminium intercalées avec deux longues bandes de papier paraffiné. Ces bandes sont enroulées ensemble et logées dans de petites boîtes.

§ 73 Condensateur sphérique

Il est constitué de deux sphères métalliques concentriques.



Supposons que la sphère intérieure porte une charge positive Q et l'autre, une charge négative -Q. Dans l'espace compris entre les sphères, le champ électrique ne dépend que de la charge se trouvant sur la plus petite. Pour le calculer, on applique la loi de Gauss à une sphère de rayon r, ayant le même centre que les sphères métalliques. Le calcul est le même que pour le champ créé par une charge ponctuelle. On trouve, pour l'intensité du champ et pour le potentiel à une distance r du centre:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \qquad \text{et} \qquad V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}.$$

Désignons par R le rayon de la sphère intérieure et par R' le rayon de l'autre. La tension entre les armatures est égale à leur différence de potentiel:

$$U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon R'} = \frac{Q(R'-R)}{4\pi\varepsilon RR'}.$$

On en déduit la capacité du condensateur sphérique:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{RR'}{R'-R}. \qquad (1)$$

Dans le cas particulier où R' est très voisin de R, on a, en désignant par d la distance entre les sphères:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R^2}{d} = \varepsilon_0 \frac{4\pi R^2}{d}.$$

Ici se vérifie une remarque faite au paragraphe 71: $4\pi R^2$ représentant l'aire des sphères, la capacité s'exprime par la formule du condensateur plan.

§ 74 Capacité d'une sphère

Les termes de ce titre sont un peu abusifs, car une sphère seule ne semble guère constituer un condensateur. Toutefois, une sphère très éloignée de tout ce qui l'entoure peut être assimilée à un condensateur sphérique dont l'armature extérieure est infiniment grande. Faisons donc tendre R' vers infini dans la formule (1) établie au paragraphe précédent. R étant négligeable devant R', on peut le laisser tomber au dénominateur de la fraction. On trouve, après simplification par R':

$$C = 4\pi\varepsilon R.$$

Si la sphère porte une charge Q, il y a entre elle et les objets éloignés une tension

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R}.$$

Calculons la charge portée par une sphère de 10 cm de diamètre, se trouvant à un potentiel de 10'000 volts par rapport à la terre. La formule ci-dessus peut s'appliquer si la distance entre la sphère et les objets qui l'entourent est grande par rapport à son diamètre.

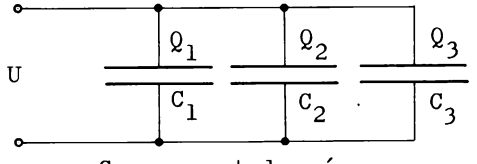
$$Q = 4\pi\varepsilon RU = 4\pi.8{,}86.10^{-12}\ \frac{C}{Vm}.5.10^{-2}\ m.10^{4}\ V \cong 5.10^{-8}\ C$$

Cette charge est de l'ordre du dix-millionième de coulomb. Relativement aux charges avec lesquelles on opère couramment en électrostatique, le coulomb est donc une charge énorme. (Nous l'avions déjà remarqué au paragraphe 59).

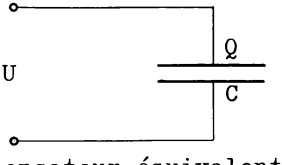
§ 75 Groupement des condensateurs

Nous appelons condensateur équivalent à un groupement donné, le condensateur unique qui, chargé sous la même tension, emmagasine la même charge électrique.

1. Condensateurs en parallèle



Groupement donné



Condensateur équivalent

Lorsqu'on charge le système, la source doit fournir aux plaques positives une charge totale $Q_1 + Q_2 + Q_3$ et aux plaques négatives une charge totale $- Q_1 - Q_2 - Q_3$. La charge reçue par le condensateur équivalent est donc

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3. \qquad (1)$$

Tous ces condensateurs ayant la même tension U, on peut écrire:

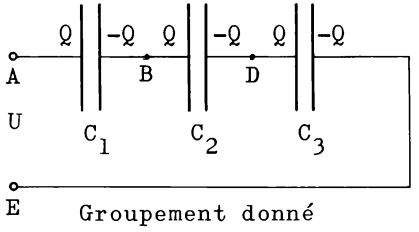
$$Q = CU, \qquad Q_1 = C_1U, \qquad Q_2 = C_2U, \qquad Q_3 = C_3U.$$

(1) devient: $CU = C_1U + C_2U + C_3U.$

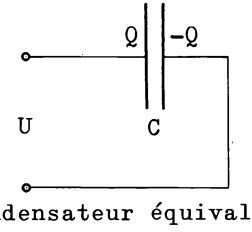
On en déduit: $\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3.}$

Lorsque des condensateurs sont en parallèle, on trouve la capacité équivalente en additionnant les différentes capacités.

2. Condensateurs en série



Groupement donné



Condensateur équivalent

Deux armatures liées l'une à l'autre constituent un système isolé. Si une charge apparaît sur l'une d'elles, la charge opposée doit apparaître sur l'autre. Il s'ensuit que tous les condensateurs doivent posséder la même charge. Désignons-la par Q. Lorsqu'on met le système sous tension, la source fournit une charge +Q à la borne positive et une charge -Q à la borne négative. Ainsi, la charge du condensateur équivalent est égale à la charge d'un seul des condensateurs. D'autre part, la tension totale est répartie entre les différents condensateurs. On a:

$$U = U_{AE} = U_{AB} + U_{BD} + U_{DE},$$

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3},$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.}$$

Lorsque des condensateurs sont en série, on trouve l'inverse de la capacité équivalente en additionnant les inverses des différentes capacités.

Chapitre 9

ENERGIE DU CHAMP ELECTRIQUE

§ 76 Energie d'un condensateur chargé

Un condensateur chargé possède une énergie potentielle. Celle-ci s'exprime par le travail qu'il faut fournir pour charger le condensateur, ou par le travail qu'il fournit en se déchargeant.

Considérons un condensateur de capacité C, possédant la charge Q et ayant la tension U. Si une petite charge positive dQ passe de l'armature positive à l'armature négative, le champ électrique effectue un travail UdQ, en vertu du théorème du paragraphe 34. Portons notre attention sur l'opération inverse. Si, par un moyen ou un autre, on fait passer une charge positive dQ de l'armature négative à l'armature positive, le champ effectue un travail négatif -UdQ. L'agent qui transporte la charge exerce en tout point une force opposée à celle qu'exerce le champ. Il effectue donc le travail opposé. D'autre part, une telle opération fait croître la charge du condensateur. En résumé, pour faire augmenter de dQ la charge d'un condensateur, il faut effectuer le travail

$$dA = U\, dQ.$$

Considérons maintenant un condensateur de capacité C déchargé. Amenons progressivement des charges sur ses armatures jusqu'à ce qu'il possède une charge Q et une tension U. Désignons par q sa charge à un instant quelconque. q varie donc de 0 à Q. Lorsque le condensateur porte une charge q, sa tension vaut q/C. Pour faire augmenter sa charge d'une quantité infinitésimale dq lorsqu'il est dans cet état, il faut effectuer le travail infinitésimal

$$dA = \frac{q}{C}\, dq,$$

d'après la formule ci-dessus. Pour faire passer q de 0 à Q, il faut donc effectuer le travail

$$A = \int_0^Q \frac{q}{C}\, dq = \left[\frac{q^2}{2C}\right]_0^Q = \frac{Q^2}{2C} = \tfrac{1}{2}CU^2.$$

Si un condensateur de capacité C a une tension U, son énergie potentielle est donc

$$\boxed{W = \tfrac{1}{2}CU^2.}$$

W s'exprime en joules, C en farads et U en volts.

§ 77 Densité d'énergie du champ électrique

L'énergie contenue dans un condensateur plan peut s'écrire:

$$W = \tfrac{1}{2}\,\frac{\varepsilon S}{d}\,(Ed)^2 = \tfrac{1}{2}\varepsilon E^2(Sd) = \tfrac{1}{2}\varepsilon E^2.V,$$

où V est le volume de la portion d'espace où règne le champ, champ qui, d'ailleurs, est uniforme. L'énergie du condensateur est donc proportionnelle au volume compris entre les plaques, et le coefficient de proportionnalité ne dépend que de l'intensité du champ. Cela suggère l'idée que l'énergie n'est pas localisée sur les armatures du condensateur, mais distribuée dans le champ électrique. Cette manière d'envisager l'énergie peut être justifiée de différentes façons. Nous en verrons une au paragraphe suivant. Il y a donc lieu de considérer la quantité d'énergie que contient le champ par unité de volume. On l'appelle densité d'énergie du champ électrique. D'après le calcul ci-dessus, elle vaut:

$$\boxed{w = \tfrac{1}{2}\varepsilon E^2.}$$

Elle se mesure en joules/m^3.

La formule ci-dessus a la signification suivante. Un champ électrique correspond à une répartition d'énergie dans l'espace. L'énergie localisée dans un petit volume ΔV est:

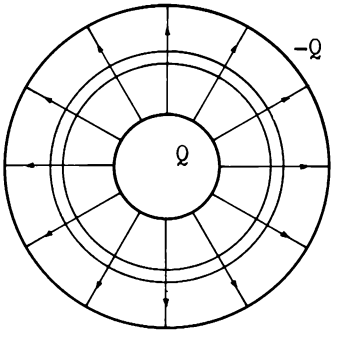
$$\Delta W = w.\Delta V = \tfrac{1}{2}\varepsilon E^2.\Delta V.$$

Pour calculer l'énergie totale contenue dans un champ électrique, on divise l'espace en petits volumes dans lesquels la densité d'énergie est pratiquement constante. On calcule l'é-

nergie contenue dans chaque petit volume, puis on additionne toutes les énergies. La réalisation pratique de telles opérations relève généralement du calcul intégral.

§ 78 Energie du champ d'un condensateur sphérique

Par la méthode indiquée à la fin du paragraphe précédent, calculons l'énergie associée au champ électrique d'un condensateur sphérique (§ 73).



Premier pas: Calculons d'abord l'énergie contenue dans une couronne sphérique de très petite épaisseur Δr et d'aire S. Dans ce volume, la densité d'énergie est partout la même. Nous avons donc:

$$\Delta W = \tfrac{1}{2}\varepsilon E^2 . S . \Delta r = \tfrac{1}{2}(\varepsilon ES).(E\Delta r).$$

ES est le flux à travers l'une ou l'autre des sphères déterminant la couronne. D'après la loi de Gauss, la première parenthèse est égale à la charge Q. De plus, $E\Delta r$ est la tension entre la surface intérieure et la surface extérieure de la couronne. Nous pouvons donc écrire:

$$\Delta W = \tfrac{1}{2} Q . \Delta U.$$

Second pas: Calculons maintenant l'énergie associée au champ électrique entier. Il suffit d'additionner les énergies correspondant à des couronnes sphériques contiguës remplissant tout l'espace compris entre les armatures. Pour toutes les couronnes, Q est le même. ΔU, par contre, peut prendre des valeurs différentes. Nous écrirons:

$$W = \sum \tfrac{1}{2} Q . \Delta U_i = \tfrac{1}{2} Q . \sum \Delta U_i .$$

Les tensions ΔU_1, ΔU_2, ..., ΔU_i, ... sont relatives à des chemins consécutifs. Leur somme est la tension entre les armatures du condensateur. Nous avons donc:

$$W = \tfrac{1}{2} QU.$$

Remplaçons Q par CU. L'énergie contenue dans le champ électrique est:

$$W = \tfrac{1}{2} CU^2 .$$

Nous retrouvons l'expression de l'énergie d'un condensateur chargé. Lorsque nous l'avons établie, au paragraphe 76, nous avons considéré le condensateur d'une manière globale; nous ne nous sommes pas préoccupés de savoir dans quelle partie du condensateur l'énergie se trouvait. Nous voyons maintenant qu'elle se répartit dans tout le champ électrique.

Il va sans dire que le calcul ci-dessus pourrait être fait à l'aide du calcul intégral.

Le calcul fait avec un condensateur sphérique peut s'étendre sans grande difficulté à un condensateur quelconque. On doit alors remplacer la couronne sphérique par la portion d'espace comprise entre deux surfaces équipotentielles.

Deuxième partie

LE CHAMP ELECTRIQUE ET LE COURANT

Chapitre 10

COURANT

§ 79 Introduction et rappels

Les chapitres précédents contiennent plusieurs mentions du courant. Le lecteur fera bien de revoir les paragraphes 13, 14, 15, 16, 24, 35 et 48.

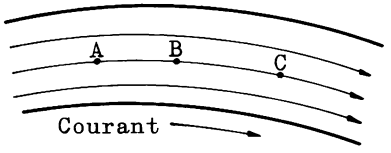
On donne le nom de courant à un déplacement de charges. Bien qu'un tel déplacement puisse exister dans le vide, par exemple dans un tube électronique, les courants usuels ont lieu dans la matière. Tous les corps n'étant pas également aptes à conduire les charges, on fait une distinction entre les conducteurs et les isolants. Dans la première catégorie, les métaux et les solutions électrolytiques occupent une place importante.

Au point de vue microscopique, un courant est un mouvement d'ensemble de particules chargées: électrons libres dans un métal, ions dans une solution électrolytique. Les chocs que subissent les charges mobiles avec les autres particules agissent comme un frottement. Une force est nécessaire pour compenser ce frottement et maintenir les charges en mouvement. Pour qu'un courant circule dans un conducteur, il faut donc qu'un champ électrique y règne. Si le conducteur a la forme d'un fil, les lignes de champ longent le fil d'une extrémité à l'autre.

Nous avons montré qu'un déplacement de charges positives dans un sens est absolument équivalent à un déplacement de charges négatives en sens inverse. On convient de donner au courant électrique le sens de déplacement des charges positives. Il en résulte que, dans un conducteur métallique, le mouvement réel des particules chargées et le courant sont de sens opposés. Toutefois, que les charges microscopiques soient positives ou négatives, le sens du courant est toujours le même que celui du champ électrique qui le produit.

Dans un conducteur filiforme parcouru par un courant, considérons des points A, B, C, ... appartenant à une même ligne

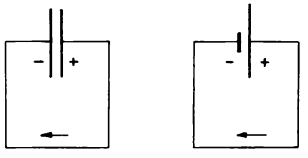
de champ. La présence du champ électrique implique qu'entre deux de ces points, il existe une tension. Cette tension est positive si l'ordre des points est celui que fournit le sens du courant et elle est d'autant plus grande que les points sont plus éloignés. Par exemple:



$$U_{AB} > 0, \qquad U_{AC} > U_{AB}.$$

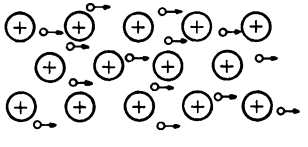
Dans un système où tous les courants sont constants, les tensions sont indépendantes des chemins. On peut alors définir un potentiel. Il décroît si on se déplace dans le sens du coutant.

Lorsqu'on relie les extrémités d'un fil conducteur à un condensateur chargé, il s'établit un champ et un courant dans le fil. Toutefois, les charges créant le champ diminuent rapidement, de sorte que le courant est de très courte durée. Si on remplace le condensateur par un générateur, le courant peut subsister. Le générateur produit des charges qui remplacent celles qui s'en vont, et la tension entre les extrémités du fil, comme aussi le champ électrique et le courant, sont maintenus constants.



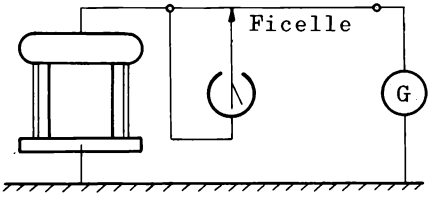
Considérons un circuit composé d'un long fil conducteur relié aux bornes d'une pile ou d'un accumulateur. Examinons le mouvement d'une charge positive. Dans le fil, la charge suit un chemin le long duquel l'énergie potentielle décroît (puisque l'énergie potentielle est proportionnelle au potentiel - § 46). A la borne négative, la charge atteint son minimum d'énergie potentielle. Dans la source, grâce à l'intervention de phénomènes chimiques, la charge est pour ainsi dire repompée jusqu'à la borne positive, point où son énergie potentielle est maximum. Ensuite, la charge perd peu à peu son énergie potentielle le long du fil.

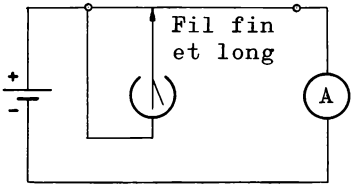
La figure ci-dessous montre un morceau de métal dans lequel il y a un courant. Les ions métalliques constituant le réseau cristallin sont immobiles. Les électrons libres se déplacent sous l'influence d'un champ électrique et leur mouvement d'ensemble constitue un courant. Or ceci peut fort bien avoir lieu si



la matière est neutre, c'est-à-dire si le nombre d'électrons libres est égal au nombre de charges positives portées par le réseau cristallin. Au point de vue macroscopique, il peut donc y avoir un courant sans qu'il y ait de charges.

Les schémas qui suivent évoquent deux expériences voisines qu'on peut faire pour mettre en évidence les charges, le courant, et la tension entre deux points du conducteur (tension qui témoigne de la présence du champ électrique). Les charges sont produites par un générateur de Van de Graaff ou par un accumulateur, et le courant est mesuré par un galvanomètre ou par un ampèremètre.





§ 80 Intensité d'un courant

Si, pendant un intervalle de temps Δt, une section d'un conducteur est traversée par une charge ΔQ, on définit l'intensité moyenne du courant dans ce conducteur par le quotient $\Delta Q/\Delta t$.

On définit l'intensité du courant par la limite du rapport $\Delta Q/\Delta t$ lorsque Δt tend vers zéro. On écrit alors:

$$I = \frac{dQ}{dt}.$$

L'intensité de courant est donc la dérivée de la charge par rapport au temps. Si l'on s'exprime ainsi, la charge est une fonction du temps, fonction définie comme la charge totale qui a traversé une section du conducteur depuis un instant arbitrairement choisi, jusqu'à la date t.

Dans le cas d'un courant constant d'intensité I, la charge Q qui traverse une section du conducteur pendant un temps t est proportionnelle à ce temps. On a alors:

$$I = \frac{Q}{t}.$$

On voit que l'intensité de courant est la quantité de charge qui traverse une section du conducteur par unité de temps, en d'autres termes, que c'est le débit de charge dans le conducteur.

Dans le système MKSA, la charge se mesurant en coulombs et le temps en secondes, l'intensité de courant s'exprime en C/s, unité qu'on nomme ampère (abréviation: A).

$$1 \text{ ampère} = 1 \frac{\text{coulomb}}{\text{seconde}}.$$

L'instrument qui mesure le courant est appelé ampèremètre. Il existe plusieurs sortes d'ampèremètres. Ceux qui sont aptes à la mesure des tout petits courants se nomment galvanomètres.

Dans le langage ordinaire, on dit souvent courant au lieu d'intensité de courant.

§ 81 Le système d'unités MKSA ou Giorgi

Toutes les grandeurs mécaniques peuvent s'exprimer à l'aide des trois unités fondamentales: mètre, kilogramme et seconde. Lorsqu'on aborde l'électricité, il est indiqué d'introduire une quatrième unité fondamentale, par exemple l'ampère. (La définition de l'ampère à partir des grandeurs mécaniques est donnée au paragraphe 146.) On obtient alors le système d'unités MKSA, appelé aussi système Giorgi. Toutes les grandeurs électriques peuvent être exprimées à l'aide des quatre unités fondamentales. Ainsi, par exemple, la charge, la tension et la capacité se mesurent respectivement en

$$A.s, \qquad \frac{kg.m^2}{A.s^3}, \qquad \frac{A^2.s^4}{kg.m^2}.$$

Cette façon de faire conduisant à des expressions peu commodes, on a donné des noms aux unités Giorgi les plus courantes. Ainsi, les trois unités ci-dessus se nomment coulomb, volt et farad. Le tableau qui suit indique, à côté des noms des unités

Giorgi, les formules qui permettent de rattacher chaque unité aux autres unités du système. A chaque formule correspond une relation d'unités. Par exemple:

$$Q = It \longrightarrow 1\ C = 1\ A.1\ s.$$
$$A = QU \longrightarrow 1\ J = 1\ C.1\ V.$$

Les trois dernières lignes du tableau mentionnent des grandeurs qui seront étudiées plus loin.

Grandeur	Unité		Formule
Longueur	mètre	m	
Masse	kilogramme	kg	
Temps	seconde	s	
Force	newton	N	F = ma
Travail, énergie	joule	J	A = Fd
Puissance	watt	W	P = A/t
Charge	coulomb	C	Q = It
Champ électrique	-	V/m	U = Ed
Tension, potentiel	volt	V	A = QU (*)
Capacité	farad	F	Q = CU
Courant	ampère	A	
Résistance	ohm	Ω	U = RI
Champ d'induction	tesla	T	$U_o = -\frac{d\Phi}{dt}$ (**)
Self-induction	henry	H	$U_o = -L\frac{dI}{dt}$.

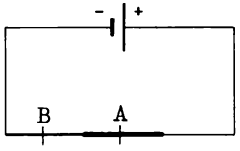
(*) ou aussi: P = UI. (**) avec $\Phi = BS$.

§ 82 Conservation du courant

Nous allons voir que les courants obéissent à des règles de conservation. Cela résulte de la loi de conservation de la charge. Ces règles sont valables dans les circuits - ou les portions de circuits - dans lesquels les charges ne peuvent s'accumuler, c'est-à-dire dans la plupart des circuits usuels.

Considérons un circuit non ramifié, ayant des tronçons de matière différente et d'épaisseur variable. Si le courant à tra-

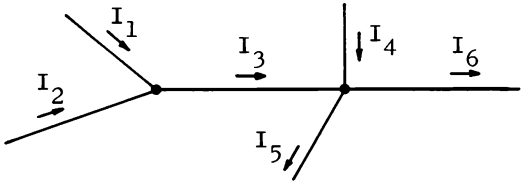
vers deux sections quelconques A et B n'était pas le même, il y aurait, sur la portion de conducteur AB, une accumulation de charge. Supposons par exemple qu'on ait à travers A une intensité de 1 ampère et à travers B une intensité de 0,999 ampère. S'il en était ainsi, chaque seconde, une charge d'un millième de coulomb resterait sur le trajet AB. Or une petite partie de cette charge suffirait déjà à créer un champ électrique énorme qui boulverserait le circuit. Nous pouvons conclure:



Première loi de conservation du courant: Le long d'un fil conducteur, le courant est partout le même.

Si certaines portions d'un circuit non ramifié sont faites d'un mauvais conducteur, le champ électrique doit y être particulièrement intense pour que le passage du courant soit assuré. Si d'autres portions sont faites d'un bon conducteur, il suffira d'un champ électrique faible pour entretenir le mouvement des charges. Dans le premier exemple cité à la fin du paragraphe 79, c'est à l'intérieur de la ficelle que le champ est le plus intense.

Les points d'un circuit où se joignent plusieurs fils sont appelés sommets ou noeuds. La somme des courants qui arrivent à un noeud doit être égale à la somme des courants qui en partent, sinon il y aurait au noeud une accumulation de charge.



Seconde loi de conservation du courant: La somme des courants qui arrivent à un noeud d'un circuit est égale à la somme des courants qui en partent.

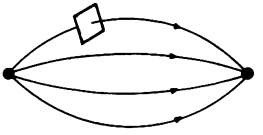
Dans l'exemple présenté par le dessin ci-dessus, on a:

$$I_1 + I_2 = I_3 \qquad \text{et} \qquad I_3 + I_4 = I_5 + I_6.$$

§ 83 Densité de courant

Dans un courant, les particules chargées n'ont pas toujours partout la même vitesse et elles peuvent suivre des trajectoires fort différentes. C'est le cas, par exemple, dans une

solution électrolytique: les ions se dirigent vers les électrodes en suivant les lignes de champ. Il est alors utile d'introduire la notion de densité de courant. On appelle ainsi le débit de charge par unité de surface perpendiculaire à la trajectoire des particules. On la mesure en A/m^2. On la définit comme un vecteur $\vec{i}$ ayant la direction et le sens du courant.



Il apparaît avec évidence que le courant à travers une surface est le flux de la densité de courant. Si on désigne les éléments de surface par $\overrightarrow{\Delta S_k}$ (k = 1, 2, ..., n) et les valeurs correspondantes de la densité de courant par $\vec{i}_k$, le courant à travers la surface est

$$I = \sum \vec{i}_k . \overrightarrow{\Delta S_k}.$$

Dans le cas particulier où la densité de courant est partout la même, le courant à travers une surface plane d'aire S perpendiculaire à $\vec{i}$ est

$$I = iS.$$

Chapitre 11

RESISTANCE

A. LOI D'OHM

§ 84 Loi d'Ohm et définition de la résistance

Nous nous proposons de chercher le lien entre le champ électrique dans un conducteur et le courant provoqué par ce champ. Le champ électrique ne pouvant guère être mesuré d'une manière directe, nous travaillerons avec une grandeur qui lui est étroitement apparentée: la tension. S'il y a un champ électrique dans un conducteur, il y a une tension entre ses extrémités.

Prenons un conducteur quelconque et appliquons entre ses extrémités une tension U. Il s'établit dans le conducteur un courant d'intensité I. Si U varie, I varie aussi. L'expérience montre que, pour la plupart des conducteurs, I est proportionnel à U.

> Loi d'Ohm: La tension le long d'un conducteur et le courant qui y circule sont proportionnels.

Cette loi est traduite par la relation:

$$U = RI.$$

R est un coefficient de proportionnalité caractéristique du conducteur considéré. Si on applique une tension bien déterminée à différents conducteurs, ceux qui ont un grand coefficient R sont traversés par un petit courant et vice versa. R est donc d'autant plus grand que le courant a plus de peine à traverser le conducteur. Pour cette raison, R est appelé résistance du conducteur.

Dans le système MKSA, l'unité de résistance est l'ohm. On le représente par la lettre Ω. Il découle de la relation ci-dessus que

1 volt = 1 ohm . 1 ampère.

Un conducteur ayant le but spécifique d'offrir une résistance au passage du courant est appelé une résistance. On représente une résistance par l'un des schémas ci-dessous.

On utilise quelquefois la notion de conductance. On appelle ainsi l'inverse de la résistance.

R est défini positif. Sauf avis contraire, il en est de même de I. Lorsqu'on utilise la loi d'Ohm, il faut donc prendre garde que U soit aussi positif. Pour cela, la tension doit être considérée le long d'un chemin orienté dans le même sens que le champ électrique, c'est-à-dire dans le même sens que le courant.

Si on applique la loi d'Ohm dans un cas où les tensions dépendent des chemins, on doit considérer la tension par un chemin qui suit l'intérieur du conducteur. Il en est ainsi parce que c'est le champ à l'intérieur du conducteur qui est responsable du courant. C'est pour cette raison que, dans l'énoncé de la loi d'Ohm, nous parlons de la tension le long du conducteur.

La loi d'Ohm ne prétend pas à l'universalité. Elle est bien vérifiée par les métaux. Les autres conducteurs s'en écartent plus ou moins.

§ 85 Résistance d'un conducteur cylindrique

Etudions la résistance de fils cylindriques, différant les uns des autres par leur longueur, leur section et la matière dont ils sont formés. Nous nous bornerons ici à des considérations intuitives. Une étude plus complète du même sujet sera faite aux paragraphes 87 à 89.

Lorsqu'on applique une tension à un fil cylindrique, le champ qui s'y établit a partout la même intensité. La tension, le champ et la longueur du fil sont alors liés par l'équation (§ 35):

$$U = EL.$$

Appliquons une même tension aux fils mentionnés plus haut. Si un fil est long, il s'y établit un champ de faible intensité

et, par conséquent, un courant faible. D'après la relation $R = U/I$, la résistance d'un tel fil est grande. Si un fil est gros, cela n'influence en rien l'intensité du champ électrique, car celle-ci ne dépend que de la longueur. Par contre, le flot d'électrons libres est large et il s'ensuit que le débit de charge est grand. La résistance d'un tel fil est petite. Ces considérations nous font voir que la résistance d'un fil est grande lorsque sa longueur est grande ou que sa section est petite. D'une manière plus précise, l'expérience montre que, pour les conducteurs qui obéissent à la loi d'Ohm, la résistance est proportionnelle à la longueur du fil et inversement proportionnelle à sa section. On peut traduire cela par la relation

$$R = \rho \frac{L}{S}.$$

ρ est un coefficient de proportionnalité qui ne peut dépendre ni de la longueur, ni de la section du fil et qui, par conséquent, caractérise la matière dont est formé le conducteur. ρ est appelé résistivité. Ce nom se justifie par le fait que des conducteurs de même longueur et de même section ont une résistance d'autant plus grande que ρ est grand. La résistivité se mesure en Ωm.

Substance	Résistivité à 20° C
Argent	$1{,}6.10^{-8}$ Ωm
Cuivre	$1{,}7.10^{-8}$
Aluminium	$2{,}7.10^{-8}$
Solution saturée de NaCl	$4{,}6.10^{-2}$
Germanium	10^{3}
Eau pure	2.10^{5}
Noyer	5.10^{5}
Paraffine	3.10^{16}

§ 86 Variation de la résistivité en fonction de la température

La résistivité des métaux purs croît avec la température. Par exemple, la résistance du fil de tungstène d'une lampe à incandescence est environ 9 fois plus grande lorsque la lampe

fonctionne (2500^{o}) qu'à la température ordinaire.

Certains alliages ont une résistivité pratiquement indépendante de la température. L'un d'eux a reçu le nom de constantan et est utilisé pour la fabrication de résistances-étalon.

La résistivité des électrolytes diminue lorsque la température s'élève. Cela peut s'expliquer par le fait qu'une élévation de température entraîne une diminution de la viscosité du liquide, ce qui facilite le déplacement des ions.

Certains métaux présentent la particularité d'avoir une résistance presque nulle lorsque la température devient voisine du zéro absolu. C'est le phénomène de supraconductibilité. Un courant qui circule dans un circuit métallique supraconducteur se maintient à peu près indéfiniment, sans l'aide d'une pile ou de toute autre source de courant. La diminution n'est que de 0,025 ‰ par heure pour certain métaux. Voici quelques valeurs de la température à laquelle la supraconductibilité apparaît: Pb: 7,26 ^{o}K, Mg: 4,17 ^{o}K, Al: 1,14 ^{o}K.

B. ETUDE THEORIQUE DE LA CONDUCTIBILITE DANS LES METAUX

§ 87 Champ électrique et vitesse des électrons libres

Dans toute matière, les particules sont continuellement en mouvement. Leur énergie moyenne est en relation directe avec la température. Dans les métaux, les électrons libres heurtent les atomes et se heurtent les uns les autres, de sorte qu'ils décrivent des trajectoires très compliquées. Lorsqu'il y a un courant dans un fil métallique, un déplacement régulier le long du fil se superpose à ce mouvement désordonné. Le dessin ci-contre évoque la trajectoire d'un électron libre.

Nous allons faire une grande simplification. Nous négligerons l'agitation thermique et supposerons que chaque électron a un mouvement uniforme sur une trajectoire qui suit la direction du fil. Nous remplacerons l'effet des chocs par celui d'une force de frottement. Nous nous représenterons donc les électrons comme de petites boules se déplaçant dans un milieu visqueux. Deux forces s'exercent sur chaque électron: une force de "propulsion" $\vec{F}$, exercée par le champ électrique et une force de frottement $\vec{T}$. L'équation de Newton fournit alors, si

m désigne la masse d'un électron et $\vec{a}$ son accélération:

$$\vec{F} + \vec{T} = m\vec{a}.$$

Or, le mouvement de l'électron est si lent (cf. § 90) que son accélération est toujours négligeable. En d'autres termes, la résultante des forces qui s'exercent sur lui est négligeable devant les forces $\vec{F}$ et $\vec{T}$. On a donc:

$$\vec{F} + \vec{T} = 0. \qquad (1)$$

Par ailleurs, la force de propulsion et le champ électrique sont liés par la relation

$$\vec{F} = - e\vec{E}. \qquad (2)$$

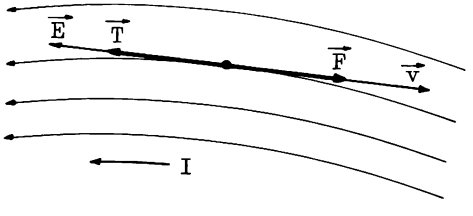
Nous introduisons maintenant une hypothèse qui va se révéler équivalente à la loi d'Ohm. Nous supposons que les électrons subissent une force de frottement proportionnelle à leur vitesse, comme c'est le cas pour les objets en mouvement lent dans un fluide (formule de Stokes). Nous écrivons:

$$\vec{T} = - k\vec{v}, \qquad (3)$$

où k est un coefficient de proportionnalité positif. Des égalités (1), (2) et (3) nous déduisons, en éliminant $\vec{F}$ et $\vec{T}$:

$$\vec{v} = - \frac{e}{k} \vec{E}.$$

Cette relation montre que la vitesse des électrons libres est proportionnelle au champ électrique qui règne dans le métal. Elle montre en outre, puisque $\vec{v}$ est parallèle à $\vec{E}$, que les trajectoires suivies par les électrons libres coïncident avec les lignes du champ électrique qui est l'agent de propulsion. Cette relation s'écrit



$$\boxed{\vec{v} = - u\vec{E}.}$$

u est une constante positive qu'on appelle <u>mobilité</u> des élec-

trons dans le métal. Elle caractérise la matière du conducteur. Un champ électrique d'intensité déterminée déplace les électrons à une vitesse d'autant plus grande que la constante u est grande. u exprime donc la facilité avec laquelle les électrons peuvent se déplacer.

On peut s'intéresser à la mobilité de n'importe quelle particule chargée, par exemple, à la mobilité d'un ion dans une solution.

§ 88 Vitesse des électrons libres et courant

Considérons un fil métallique de section S dans lequel les électrons libres se déplacent à une vitesse v. Désignons par n le nombre d'électrons libres contenus dans le métal par unité de volume. D'après la formule du paragraphe 51, le débit de gaz électronique dans le fil est vS. Chaque unité de volume de ce gaz contenant n électrons, le nombre d'électrons qui traversent une section du fil par seconde est nvS. Chaque électron portant une charge de grandeur e, la charge qui traverse une section du fil par seconde est envS. Or cela n'est autre que le courant électrique dans le fil. Nous pouvons donc écrire:

$$\boxed{I = envS.}$$

§ 89 Etablissement théorique de la loi d'Ohm

Faisons la synthèse des résultats des deux paragraphes précédents. Les relations I = envS et v = uE (nous travaillons avec les normes des vecteurs) permettent d'écrire:

$$I = enuSE.$$

Le courant dans un conducteur est donc proportionnel au champ électrique qui en est la cause.

Considérons un fil homogène, de section constante S et de longueur L. Les grandeurs I, e, n, u et S étant les mêmes en toute région du conducteur, nous voyons que E doit aussi être fixe. La tension entre les extrémités du fil est (§ 35):

$$U = EL.$$

Nous en déduisons:

$$U = \frac{L}{enuS} I.$$

Cette relation implique la proportionnalité de U et I. Elle est donc équivalente à la loi d'Ohm. De plus, elle fournit la valeur de la résistance.

$$R = \frac{1}{enu}\,\frac{L}{S}.$$

Cette formule montre que la résistance d'un fil est proportionnelle à sa longueur et inversement proportionnelle à sa section (§ 85). Le coefficient de proportionnalité ne dépend que de la matière dont est formé le conducteur. C'est la résistivité. En résumé, on peut donc écrire:

$$U = RI, \qquad R = \rho\frac{L}{S}, \qquad \rho = \frac{1}{enu}.$$

§ 90 Calcul de la vitesse des électrons

Calculons l'ordre de grandeur de la vitesse à laquelle se fait le déplacement global des électrons, dans un fil de cuivre de 1 mm^2 de section, parcouru par un courant de 10 ampères. Nous partons de la relation $I = envS$, établie au paragraphe 88. Les grandeurs e,S et I sont données. Admettons qu'il y ait dans le cuivre un électron libre par atome. Le nombre d'électrons par unité de volume n s'identifie alors au nombre d'atomes par unité de volume. Soient m la masse d'un morceau de cuivre, V son volume, N le nombre d'atomes qu'il contient, et n' le nombre de moles qu'il représente. Soient ρ la masse volumique du cuivre, M sa masse molaire, et N_A le nombre d'Avogadro. On a, en vertu des définitions:

$$m = \rho V \qquad m = Mn' \qquad N = nV \qquad N = N_A n'$$

On en déduit: $\rho V = Mn'$ $\qquad$ $nV = N_A n'$

$$n = \frac{N_A n'}{V} = \frac{N_A}{V}\cdot\frac{\rho V}{M} = \frac{N_A \rho}{M} \simeq \frac{6.10^{23}\ mol^{-1}.9.10^{3}\ kgm^{-3}}{0{,}064\ kg.mol^{-1}} \simeq 10^{29}\ m^{-3}$$

On a alors:

$$v = \frac{I}{enS} = \frac{10\ A}{1{,}6.10^{-19}\ C.10^{29}\ m^{-3}.10^{-6}\ m^2} \simeq 6.10^{-4}\ \frac{m}{s}.$$

Cette vitesse est donc de l'ordre d'un demi-millimètre par seconde.

Contrairement à une opinion couramment répandue, on voit que

les charges électriques se déplacent très lentement dans les conducteurs. Ce qui a une grande vitesse, c'est l'établissement du champ électrique dans le conducteur. Lorsqu'on relie les extrémités d'un fil aux bornes d'un générateur, le champ électrique se propage dans le fil à une vitesse voisine de celle de la lumière. Le courant s'établit donc presque instantanément dans tout le conducteur.

§ 91 Forme locale de la loi d'Ohm

Dans les paragraphes qui précèdent, nous avons étudié les rapports entre le champ et le courant dans un fil métallique. Envisageons maintenant un déplacement quelconque d'électrons libres dans un objet métallique de forme quelconque.

A travers une petite surface perpendiculaire à la trajectoire des électrons, le débit de charge se calcule exactement comme au paragraphe 88. Nous pouvons donc utiliser le résultat I = envS. La densité de courant a pour grandeur: i = env. En tenant compte du sens des vecteurs, nous devons écrire:

$$\vec{i} = - en\vec{v}.$$

Dans les conducteurs où la loi d'Ohm est valable, les particules ont une vitesse proportionnelle au champ électrique (§ 87):

$$\vec{v} = - u\vec{E}.$$

En combinant ces deux relations, nous obtenons:

$$\vec{i} = enu\vec{E}.$$

Le coefficient enu, qui ne dépend que de la matière du conducteur, est l'inverse de la résistivité (§ 89). On lui donne le nom de conductivité.

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\rho}.}$$

La relation entre $\vec{i}$ et $\vec{E}$ s'écrit alors:

$$\boxed{\vec{i} = \gamma\vec{E}.}$$

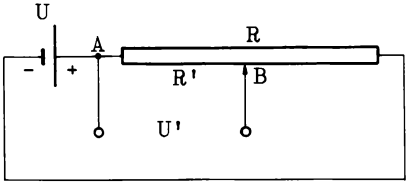
Cette équation exprime de la manière la plus simple le lien

entre le champ électrique dans une matière conductrice et le courant provoqué par ce champ. Elle ne concerne pas un conducteur dans son ensemble, comme le fait la relation U = RI, mais indique ce qui se passe en chaque point du conducteur. On pourrait appeler U = RI la forme globale de la loi d'Ohm et $\vec{i} = \gamma \vec{E}$ sa forme locale.

C. APPLICATIONS

§ 92 Potentiomètre

On donne ce nom à un montage fréquemment utilisé, qui a pour but de fournir une tension réglable. On relie une résistance R à une source dont la tension est U. Entre un point fixe A et un point variable B, on a une tension U' qui dépend de la résistance R' entre les points A et B. Le courant étant le même dans les deux résistances, on peut écrire:



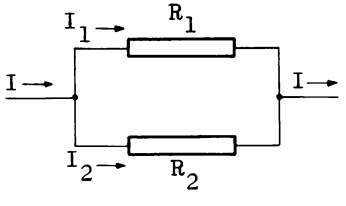
$$I = \frac{U}{R} = \frac{U'}{R'} \qquad \text{d'où} \qquad U' = U\,\frac{R'}{R}.$$

U' peut prendre les valeurs comprises entre 0 et U.

§ 93 Groupement des résistances

1. En parallèle

Considérons un courant I se divisant en deux parties I_1 et I_2 dans deux résistances R_1 et R_2. Soit U la tension entre les points de jonction, tension que nous supposons indépendante des chemins. En appliquant la seconde loi de conservation du courant et la loi d'Ohm, nous pouvons écrire:



$$I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Ce calcul montre que I et U sont proportionnels, en d'autres

termes, que l'ensemble des deux résistances en parallèle satisfait à la loi d'Ohm. Cet ensemble est équivalent à une résistance unique R telle que:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Ce résultat s'étend à un nombre quelconque de résistances: Lorsque des résistances sont en parallèle, on trouve l'inverse de la résistance équivalente en additionnant les inverses des différentes résistances.

Voyons comment le courant se partage entre les deux résistances R_1 et R_2. En utilisant le fait que la tension entre les noeuds est la même par les deux conducteurs, on peut écrire:

$$R_1 I_1 = R_2 I_2 \qquad \text{ou} \qquad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

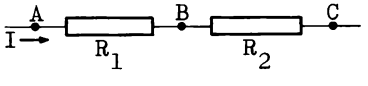
Les courants sont donc inversement proportionnels aux résistances qu'ils traversent.

On vérifie immédiatement que, dans le cas de <u>deux</u> résistances en parallèle, la résistance équivalente peut s'exprimer par la formule

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

2. <u>En série</u>

Considérons un courant I traversant successivement deux résistances R_1 et R_2. En appliquant la loi d'addition des tensions et la loi d'Ohm, nous obtenons:



$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = R_1 I + R_2 I$$

$$= (R_1 + R_2) I.$$

La tension appliquée à l'ensemble des deux résistances est proportionnelle au courant qui le traverse. Cet ensemble satisfait donc à la loi d'Ohm. Il est équivalent à une résis-

tance unique R dont la valeur est:

$$R = R_1 + R_2.$$

Ce résultat s'étend à un nombre quelconque de résistances: Lorsque des résistances sont en série, on trouve la résistance équivalente en additionnant les différentes résistances.

Voyons comment la tension se partage entre les deux résistances R_1 et R_2. En exprimant que le courant est le même dans les deux résistances, on a:

$$\frac{U_{AB}}{R_1} = \frac{U_{BC}}{R_2} \qquad \text{ou} \qquad \frac{U_{AB}}{U_{BC}} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Les tensions sont donc proportionnelles aux résistances.

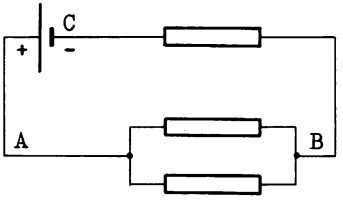
On notera l'analogie des règles établies
- pour les condensateurs en parallèle et pour les résistances en série,
- pour les condensateurs en série et pour les résistances en parallèle.

§ 94 Fils de connexion

Les fils qu'on utilise pour faire passer le courant électrique d'un instrument à un autre sont choisis de manière à avoir une très faible résistance. La formule

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

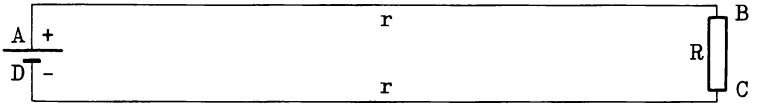
montre qu'ils doivent être gros et courts et que la matière dont ils sont formés doit avoir une faible résistivité. On utilise souvent des fils de cuivre. Un fil de cette matière, ayant une longueur de 1 m et une section de 1 mm^2 a une résistance voisine d'un centième d'ohm.



La plupart du temps, les fils de connexion ont une résistance négligeable vis-à-vis de celle des instruments qu'ils relient. La tension entre deux points d'un même fil est alors pratiquement nulle et on peut considérer tous les points d'un fil comme étant

au même potentiel. Ainsi, dans le montage ci-dessus, trois points suffisent pour repérer les tensions ou les potentiels.

Si on doit faire circuler un fort courant à grande distance de la source, il risque d'y avoir une chute de tension importante dans les fils.



Désignons par r la résistance de chaque fil. On a:

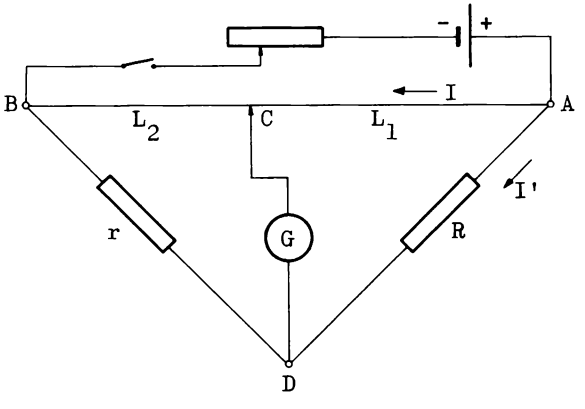
$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} = rI + U_{BC} + rI,$$

$$U_{BC} = U_{AD} - 2rI.$$

A cause du transport, la tension utilisable a subi un abaissement de 2rI.

§ 95 Mesure des résistances

On peut comparer une résistance inconnue r à une résistance connue R au moyen du pont de Wheatstone. Les deux parties essentielles de celui-ci sont un fil métallique AB homogène et de section constante, et un galvanomètre. Parallèlement à ce fil, on installe en série les deux résistances R et r. On fait passer un courant dans ce système en reliant les bornes A et B à un générateur. Une résistance de protection doit être mise en série avec le générateur, sinon le fil AB serait pour lui un court-circuit. Le potentiel décroît régulièrement de A à B, soit le long du trajet ADB, soit le long du fil homogène. Il en ré-



sulte qu'il existe toujours un point de ce fil, qui est au même potentiel que D. On trouve ce point au moyen d'un curseur C relié à D par un galvanomètre. Lorsque l'instrument indique un courant nul, cela signifie que C et D sont au même potentiel. Le pont est dit en équilibre. On a alors:

$$U_{AC} = U_{AD} \qquad \text{et} \qquad U_{CB} = U_{DB}.$$

Désignons par L_1 et L_2 les longueurs des segments AC et CB, par R_1 et R_2 les résistances correspondantes, par ρ la résistivité du fil AB et par S sa section, par I le courant qui le parcourt et par I' le courant dans les résistances R et r. D'après la loi d'Ohm, les égalités ci-dessus s'écrivent:

$$R_1 I = RI' \qquad \text{et} \qquad R_2 I = rI'.$$

En divisant ces deux équations membre-à-membre, on obtient:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R}{r}. \qquad (1)$$

Lorsque le pont est en équilibre, les quatre résistances qu'il fait intervenir forment donc une proportion.

Les résistances R_1 et R_2 sont proportionnelles aux longueurs L_1 et L_2.

$$R_1 = \rho \frac{L_1}{S} \qquad \text{et} \qquad R_2 = \rho \frac{L_2}{S} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{R_1}{R_2} = \frac{L_1}{L_2}.$$

En tenant compte de ce fait, la proportion (1) peut s'écrire:

$$\frac{R}{r} = \frac{L_1}{L_2}.$$

Si on connait R, il suffit de mesurer L_1 et L_2 pour pouvoir déterminer la résistance inconnue r.

Si les résistances r et R sont d'un ordre de grandeur différent, il en est de même des longueurs L_1 et L_2. L'une d'elles est alors très petite et sa mesure est imprécise. Il faut donc choisir la résistance connue R, de manière qu'à l'équilibre du pont, le curseur ne soit pas trop éloigné du milieu du fil.

Chapitre 12

CIRCUITS A COURANTS CONSTANTS

§ 96 Introduction

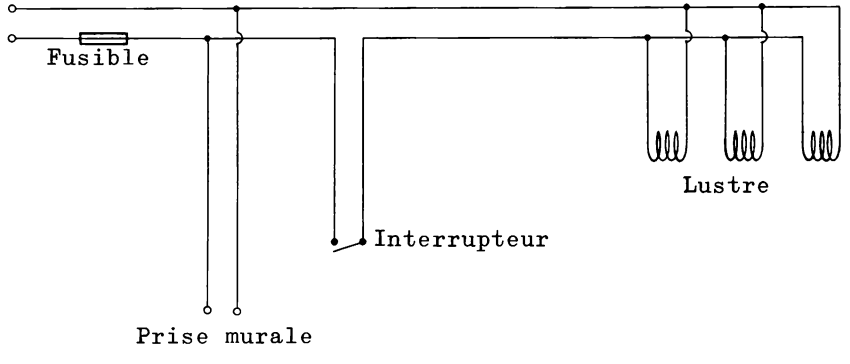
Comme nous l'avons indiqué au paragraphe 33, les champs électriques dans lesquels il n'y a que des courants constants ont une structure particulièrement simple: Les tensions y sont toujours indépendantes des chemins. On peut, par conséquent, y définir un potentiel.

Nous verrons plus tard qu'un courant variable crée un champ magnétique variable, qui lui-même engendre un champ électrique dont la structure est plus compliquée. Il y a alors des tensions circulaires différentes de zéro, et par conséquent, des tensions dépendant des chemins (phénomène d'induction).

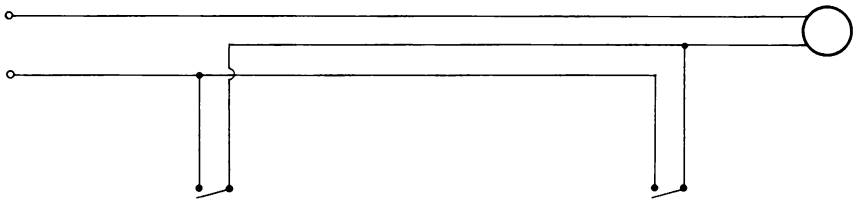
Pour le moment, nous nous contenterons d'étudier des circuits dans lesquels les courants ne varient pas. Lorsque nous parlerons de la tension entre deux points, nous n'aurons donc aucune précaution à prendre.

§ 97 Exemples de circuits usuels

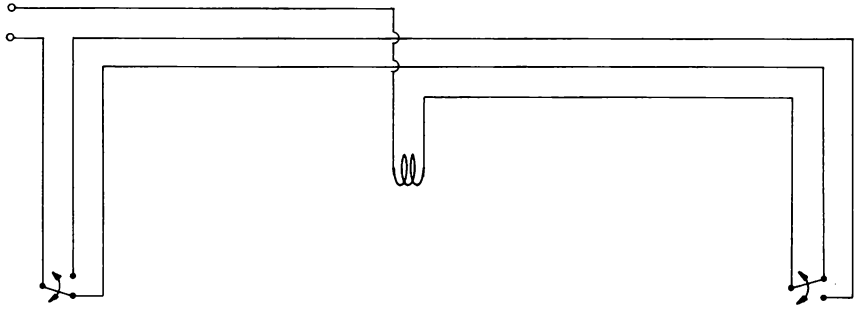
1. Alimentation d'un appartement



2. Sonnerie à deux boutons

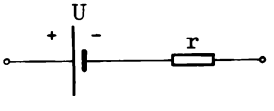


3. Lampe à deux interrupteurs



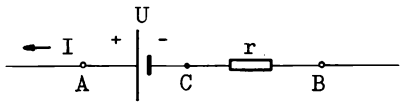
§ 98 Tension électromotrice et tension aux bornes

Au paragraphe 35, nous avons dit que la tension entre les bornes d'une source de courant était pratiquement constante. En fait, il y a de légères variations, car l'intérieur de la source oppose une résistance au passage du courant, ce qui a pour effet d'abaisser la tension aux bornes. On peut considérer une source réelle comme le groupement en série d'une résistance et d'une source idéale ayant une tension fixe. Toute source est donc caractérisée par deux grandeurs: une tension, que nous nommerons tension électromotrice, et une résistance, appelée résistance interne (ou intérieure). L'usage s'est malheureusement répandu d'utiliser le nom de force électromotrice. Comme il n'est nullement question de force, nous laisserons ce nom de côté.



Lorsqu'une source débite un courant, sa tension aux bornes est inférieure à sa tension électromotrice. Introduisons un point fictif C, à l'intérieur de la source, entre la source idéale

et la résistance. (En réalité, ces deux éléments sont superposés, toutefois, vue de l'extérieur, la source se comporte comme s'ils étaient l'un après l'autre). La tension aux bornes vaut:

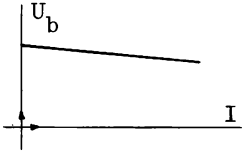


$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}.$$

U_{AC} est positif, c'est la tension électromotrice. U_{CB} est négatif, car le courant va de B à C et le champ électrique a le même sens. D'après la loi d'Ohm, $U_{BC} = rI$. La tension aux bornes de la source vaut donc:

$$U_b = U - rI.$$

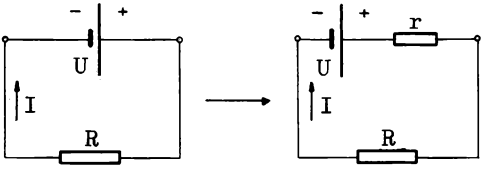
Elle décroît linéairement en fonction du courant. Dans la représentation graphique ci-contre, la tension électromotrice est l'ordonnée à l'origine et la résistance interne apparaît comme l'opposé de la pente de la droite.



On s'efforce de construire des sources ayant une faible résistance intérieure. De la sorte, la tension aux bornes reste voisine de la tension électromotrice, du moins si on n'exige pas de la source un trop grand courant.

La tension électromotrice d'une source peut être mesurée avec un électromètre. Comme le courant est alors égal à zéro, la tension aux bornes se confond avec la tension électromotrice.

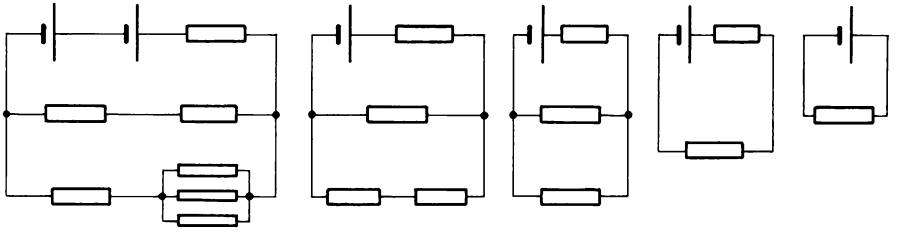
Lorsqu'on étudie un circuit, on ajoute à chaque source une résistance correspondant à la résistance interne, et on conduit les calculs comme si les sources avaient une tension fixe. Ainsi, dans l'exemple indiqué par le dessin, la tension électromotrice U est appliquée à l'ensemble de deux résistances en série. Le courant se calcule par la loi d'Ohm:



$$I = \frac{U}{R + r}.$$

§ 99 Circuits ramifiés simples

On commence par remplacer les résistances en série ou en pa-



rallèle par une seule résistance. En répétant cette opération un certain nombre de fois, on parvient souvent à remplacer l'ensemble des résistances données par une seule. En utilisant judicieusement la loi d'Ohm, la seconde loi de conservation du courant et la loi d'addition des tensions, on parvient, dans beaucoup de cas, à faire tous les calculs souhaitables concernant un circuit donné.

§ 100 Lois de Kirchhoff

Il existe bien des circuits dans lesquels la méthode précédente n'est pas applicable. On utilise alors les lois de Kirchhoff. Ces lois ne nous sont pas inconnues. L'une est la seconde loi de conservation du courant (§ 82). L'autre est l'affirmation que dans tout système où les courants sont constants, les tensions circulaires sont nulles (§ 153). On applique la première loi aux noeuds - ou sommets - du circuit, c'est-à-dire aux points de jonction de plusieurs fils. La seconde loi s'applique aux mailles - ou boucles - du circuit. La tension circulaire le long d'une boucle est écrite comme étant la somme des tensions le long des conducteurs qui constituent la boucle.

> Première loi de Kirchhoff: La somme des courants qui arrivent à un noeud d'un circuit est égale à la somme des courants qui en partent.
>
> Seconde loi de Kirchhoff: Le long de toute maille d'un circuit, la somme des tensions est nulle.

Il existe d'autres énoncés de ces lois. Ceux qui sont donnés ci-dessus ont un sens physique immédiat et ne font intervenir aucune grandeur auxiliaire. C'est pour cette raison qu'ils ont été choisis.

Concernant l'application de ces lois, il y a lieu de faire les remarques suivantes:

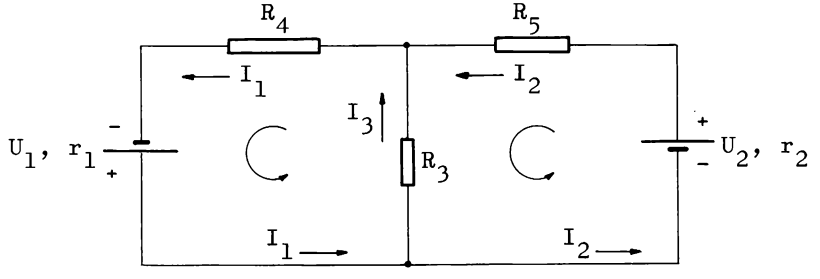
1. Pour résoudre un circuit donné, on introduit des inconnues et, en appliquant les lois de Kirchhoff, on écrit autant d'équations qu'il est nécessaire. On peut écrire une équation pour chaque noeud et pour chaque maille, mais les équations obtenues ne sont pas toutes indépendantes. Un choix judicieux des noeuds et des mailles permet d'écrire le nombre minimum mais suffisant d'équations.

2. Les équations provenant de la seconde loi ont comme termes des tensions électromotrices et des tensions ohmiques. On appelle tension ohmique une tension apparaissant le long d'une résistance, c'est-à-dire une tension qu'on peut exprimer à l'aide de la loi d'Ohm.

3. Pour appliquer la seconde loi, on doit choisir un sens de parcours dans chaque boucle.

4. Lorsqu'on ignore le sens d'un certain courant, on fait un choix arbitraire. Si on choisit le mauvais sens, il y a deux conséquences: dans les équations relatives aux noeuds, ce courant figure dans le mauvais membre, et dans les équations relatives aux mailles, certaines tensions ohmiques apparaissent avec le mauvais signe. Toutes ces "erreurs" reviennent à un changement de signe du courant considéré. On peut donc résoudre sans souci le système d'équations. Si on obtient des valeurs positives pour les courants, c'est que leur sens était bien choisi. Si on obtient des valeurs négatives, le sens était mal choisi.

Exemple. Nous supposons connues toutes les résistances et les



tensions électromotrices du schéma ci-dessus, et nous proposons de calculer les courants I_1, I_2 et I_3. Au moyen de flèches, nous indiquons les sens choisis pour les courants et pour le parcours des boucles. Nous avons à disposition deux sommets (qui d'ailleurs fournissent la même équation) et trois

boucles (l'équation obtenue avec la grande serait la somme de celles qu'on obtient avec les deux petites). En appliquant les lois de Kirchhoff à un des sommets et aux deux petites boucles, nous obtenons les trois équations:

$$(1) \qquad I_1 = I_2 + I_3,$$

$$(2) \qquad R_3 I_3 + R_4 I_1 - U_1 + r_1 I_1 = 0,$$

$$(3) \qquad r_2 I_2 - U_2 + R_5 I_2 - R_3 I_3 = 0.$$

Il suffit alors de résoudre le système par rapport aux inconnues I_1, I_2 et I_3.

Chapitre 13

PUISSANCE

A. LOIS GENERALES

§ 101 Effet Joule

Le passage du courant dans un conducteur produit un dégagement de chaleur. On donne à celui-ci le nom d'effet Joule. L'explication de cet effet est très simple. Les particules qui servent au transport du courant (électrons libres, ions) sont accélérées par le champ électrique, entre les chocs qu'elles subissent. L'énergie moyenne des particules constituant le conducteur subit donc un accroissement. Macroscopiquement, cela apparaît comme une élévation de température.

Calculons l'énergie dégagée pendant un temps t dans une résistance R traversée par un courant I. Le champ transporte une charge It le long d'un chemin entre les extrémités duquel il y a une tension U = RI. D'après le paragraphe 34, le travail qu'il effectue dans ce transport est:

$$A = UIt \qquad \text{ou} \qquad A = RI^2t.$$

Ce travail correspond à une apparition d'énergie cinétique des particules, c'est-à-dire à une apparition d'énergie thermique. Il correspond en même temps à une disparition d'énergie électrique.

> Loi de Joule: La chaleur dégagée dans un conducteur par le passage d'un courant est proportionnelle à la résistance du conducteur, au carré de l'intensité et à la durée de passage du courant.

Les formules ci-dessus donnent l'énergie thermique en joules. Si on veut l'exprimer en calories, on utilise la relation: 1 calorie = 4,19 joules.

L'énergie thermique dégagée par unité de temps est la puissance de chauffage. Elle vaut: P = A/t. On a donc:

$$\boxed{P = UI} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{P = RI^2.}$$

A la première relation correspond l'équation d'unités:

$$\boxed{1 \text{ watt} = 1 \text{ volt} \cdot 1 \text{ ampère.}}$$

Cette équation se déduit de la relation suivante en divisant les deux membres par 1 seconde.

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ volt} \cdot 1 \text{ coulomb.}$$

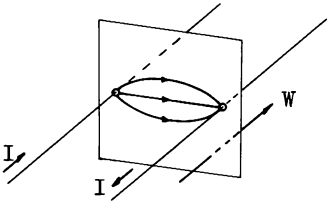
Si un courant traverse une chaîne de conducteurs ayant des résistances différentes, la chaleur qui se dégage dans chaque tronçon est proportionnelle à sa résistance. Le courant étant partout le même, la relation $P = RI^2$ rend cette conclusion évidente.

§ 102 Puissance associée à un courant

Si on relie les bornes d'une dynamo à celles d'un moteur, il y a une transformation d'énergie mécanique en énergie électrique dans la première machine et une transformation inverse dans la seconde. En outre, de l'énergie est transportée depuis la dynamo jusqu'au moteur par le moyen du courant. Cet exemple met en évidence un fait général. A tout courant électrique correspond un transport d'énergie.

L'étude complète de ce sujet est assez difficile. Il faut faire intervenir, non seulement l'énergie du champ électrique, mais encore le champ magnétique créé par le courant et l'énergie de ce champ. Il faut ensuite considérer comment l'énergie se déplace dans l'espace occupé par les champs. Nous nous contenterons ici d'énoncer les conclusions de cette étude.

Considérons deux fils parallèles appartenant à un même circuit. Le courant les parcourt en sens contraires. On peut établir les résultats suivants. La quantité d'énergie qui, par unité de temps, traverse un plan perpendiculaire aux fils, est égale au produit de la tension entre les deux fils par le courant. La tension doit être comptée par le chemin le plus court, entre les points d'intersection des



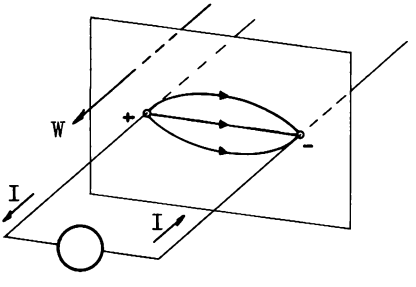
fils et du plan. L'énergie traverse le plan dans le même sens que le courant, considéré dans le fil d'où partent les lignes de champ. Ainsi, dans la situation indiquée par le dessin, l'énergie traverse le plan d'avant en arrière. Par exemple, il pourrait y avoir: devant le plan, une pile; derrière lui, une lampe. L'énergie qui traverse le plan par unité de temps doit être assimilée à la puissance transportée par le courant. Nous pouvons donc écrire:

$$P = UI.$$

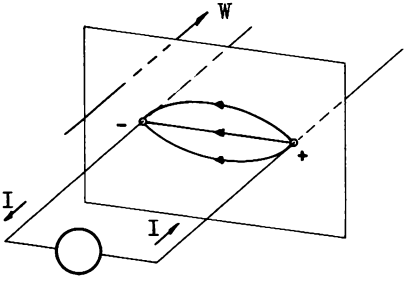
C'est la même expression que pour l'effet Joule. Remarquons toutefois que U n'est égal à RI que s'il n'y a rien d'autre qu'une résistance d'un côté du plan. Ainsi, dans le cas général qui nous occupe, on ne peut pas écrire: $P = RI^2$.

§ 103 Puissance consommée ou fournie par un appareil

Appliquons les résultats du paragraphe précédent à deux fils joignant un instrument quelconque au reste d'un circuit. Suivant que l'appareil consomme ou fournit de l'énergie électrique, on a l'une ou l'autre des situations suivantes.



Exemples: résistance, moteur, condensateur qui se charge.



Exemples: dynamo, pile, condensateur qui se décharge.

Si le courant entre par la borne positive, l'appareil consomme de l'énergie. S'il entre par la borne négative, l'appareil fournit de l'énergie.

Nous appelons tension aux bornes d'un instrument la tension mesurée entre les bornes par le chemin le plus court. Selon les résultats du paragraphe précédent, c'est la tension aux

bornes qui compte pour le calcul de la puissance. (Cette remarque a une importance dans le cas où les tensions dépendent des chemins). Désignons la tension aux bornes et le courant par des grandeurs positives U et I. La puissance consommée ou fournie par l'appareil est:

$$P = UI.$$

Si l'instrument est une résistance, on obtient les résultats qui avaient été établis d'une autre manière au paragraphe 101. Le sujet sera repris au paragraphe 182.

B. APPLICATIONS

§ 104 Applications de l'effet Joule

1. Tous les chauffages électriques mettent à leur profit l'effet Joule. Dans les lampes à incandescence, on produit un dégagement de chaleur assez grand pour que le filament devienne blanc.

2. Les fusibles sont des fils très fins, placés en série avec les appareils qu'on branche sur le réseau d'alimentation. Un court-circuit, c'est-à-dire un circuit de faible résistance, entraîne un courant élevé qui échauffe et fait fondre le fusible. Si cette sûreté n'existait pas, les fils qui alimentent les appareils subiraient un échauffement qui pourrait provoquer des incendies.

3. Comme conséquence fâcheuse de l'effet Joule, il y a les pertes d'énergie dans tous les conducteurs.

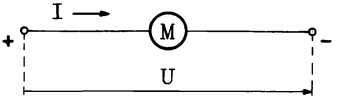
4. Il y a aussi l'échauffement dû aux mauvais contacts. Lorsque deux conducteurs sont mal reliés, leur contact possède une résistance relativement élevée. D'après la formule $P = RI^2$, le dégagement de chaleur est particulièrement grand à ces endroits.

§ 105 Moteur

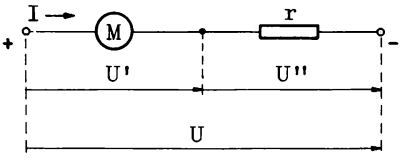
Lorsqu'un courant traverse un moteur électrique, il parcourt des bobinages qui ont nécessairement une résistance. On s'arrange pour que la chaleur dissipée par effet Joule soit fai-

ble, de sorte que la fraction d'énergie électrique qui se transforme en énergie mécanique soit la plus grande possible. Cette fraction est appelée rendement du moteur.

Dans un moteur qui n'aurait pas de pertes, la puissance électrique consommée, comme la puissance mécanique fournie, vaudrait $P = UI$, où U est la tension aux bornes du moteur et I le courant qui le traverse. Dans les dessins, nous indiquons par des flèches le sens dans lequel il faut se déplacer pour avoir une tension positive.



Dans un moteur réel, les bobinages ont une résistance r qu'on appelle résistance interne. La puissance électrique consommée est encore UI, où U est la tension aux bornes du moteur et I le courant qui le traverse. On peut se représenter le moteur comme le groupement en série d'un moteur idéal (sans pertes) et d'une résistance r. Si les tensions aux bornes de ces éléments sont U' et U", les puissances qu'ils consomment sont U'I et U"I, respectivement. U'I est égal à la puissance mécanique fournie, tandis que U"I est la puissance perdue sous forme de chaleur. Cette dernière peut aussi être mise sous la forme rI^2. D'après la loi de conservation de l'énergie, on a:



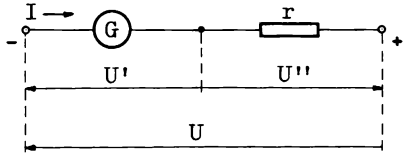
$$UI = U'I + U"I \qquad \text{ou} \qquad U = U' + U".$$

La dernière égalité peut être interprétée comme suit. La tension appliquée au moteur est partagée en deux: une partie U' qui produit l'énergie mécanique et une partie U" qui, conformément à la loi d'Ohm, assure le passage du courant dans les bobinages. U' est appelée tension contre-électromotrice.

Si on bloque le moteur, la puissance mécanique fournie est nulle, de même que la tension contre-électromotrice. Le moteur se comporte alors comme une simple résistance. La tension U est appliquée à la résistance r et entraîne un courant très élevé.

Si le moteur tourne librement, sans qu'on utilise l'énergie mécanique qu'il a à disposition, la puissance mécanique est à peu près nulle. (Elle serait nulle s'il n'y avait aucun frottement). La tension contre-électromotrice est voisine de la tension appliquée au moteur, de sorte que U" et le courant sont presque nuls.

§ 106 Générateur



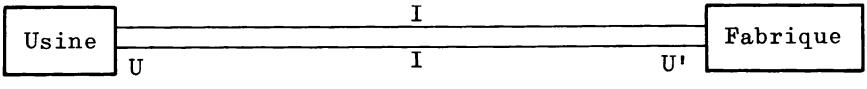
Comme nous l'avons indiqué au paragraphe 98, les sources de courants possèdent une résistance intérieure. Une partie de l'énergie électrique fournie par la source est transformée en chaleur à l'intérieur de celle-ci. Indiquons par des flèches le sens dans lequel on a des tensions positives. La puissance électrique totale fournie par le générateur est U'I. La puissance de chauffage à l'intérieur de la source est U''I. La puissance électrique fournie à l'extérieur est UI. D'après la loi de conservation de l'énergie, on a:

$$U'I = U''I + UI \qquad \text{ou} \qquad U = U' - U''.$$

La dernière égalité nous est déjà connue. Elle montre que la tension aux bornes du générateur est égale à la tension électromotrice moins la chute de tension due à la résistance intérieure (§ 98).

§ 107 Perte d'énergie dans les lignes de transmission

Considérons une usine hydroélectrique envoyant de l'énergie à une fabrique. Désignons par U et U' les tensions à la sortie de l'usine et à l'entrée de la fabrique, par I le courant transporté et par R la résistance totale de la ligne.



La puissance fournie par l'usine est UI, celle qui est reçue par la fabrique est U'I et celle qui est transformée en chaleur le long de la ligne est RI^2. D'après la loi de conservation de l'énergie, on a:

$$UI = U'I + RI^2.$$

Le rendement de la ligne est

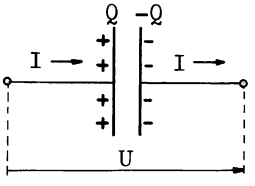
$$\eta = \frac{U'I}{UI} = \frac{U'I}{U'I + RI^2} = \frac{U'}{U' + RI}.$$

Le rendement est voisin de 1 si RI est très petit. Pour cela, il faut que R et I soient aussi petits que possible. D'une part, on construira une ligne de faible résistance. D'autre part, on fera circuler dans la ligne un courant aussi petit que possible. Comme la puissance consommée par la fabrique est fixée d'avance, le produit U'I est donné. Si on veut que le courant soit petit, il faut que la tension U' soit élevée.

Le raisonnement ci-dessus fait comprendre pourquoi les transports d'énergie électrique se font par des lignes à haute tension. Dans chaque localité, des transformateurs abaissent la tension à une valeur adaptée aux nécessités industrielles et domestiques.

§ 108 Charge d'un condensateur

Nous allons calculer la puissance reçue par un condensateur en train de se charger, sans utiliser la règle générale indiquée au paragraphe 103. Le résultat obtenu sera une confirmation de cette règle. Lorsque le condensateur possède une charge Q, il contient l'énergie.



$$W = \tfrac{1}{2}CU^2 = \tfrac{1}{2}\frac{Q^2}{C}.$$

La puissance qu'il consomme est la dérivée de cette énergie par rapport au temps.

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{Q}{C}\cdot\frac{dQ}{dt} = U\frac{dQ}{dt} = UI.$$

Nous obtenons l'expression à laquelle nous nous attendions.

Chapitre 14

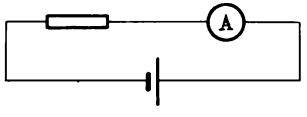
INSTRUMENTS DE MESURE

§ 109 Ampèremètre et voltmètre

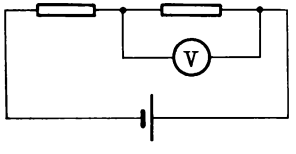
Un ampèremètre mesure toujours le courant qui le traverse. A l'intérieur de l'instrument, il y a un conducteur qui relie les bornes. A cause de la résistance de ce conducteur, une tension apparaît entre les bornes toutes les fois qu'un courant traverse l'instrument. L'aiguille peut donc aussi bien indiquer la tension entre les bornes, que le courant qui traverse l'appareil. Il suffit d'avoir une graduation convenable. Si l'instrument est étalonné pour mesurer les courants, c'est un ampèremètre. S'il est étalonné pour mesurer les tensions, c'est un voltmètre. Lorsqu'on veut éviter une confusion avec le voltmètre électrostatique, on dit: voltmètre ordinaire.

L'ampèremètre et le voltmètre peuvent donc être construits d'après le même principe. Toutefois, outre ce qui concerne la graduation, il doit y avoir entre eux une grande différence: l'ampèremètre doit posséder une très petite résistance interne, tandis que le voltmètre doit en avoir une très grande. Montrons pourquoi.

On se propose de mesurer le courant dans un circuit. Si l'ampèremètre avait une grande résistance, son introduction dans le circuit diminuerait le courant d'une manière importante. Il est souhaitable que sa résistance interne soit comparable à la résistance d'un fil de connexion.



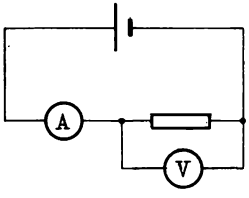
Supposons maintenant qu'on ait à mesurer la tension entre deux points d'un circuit. Si le voltmètre avait une faible résistance, un courant important le traverserait. Son introduction dans le circuit modifierait complètement la situation. Par contre, si sa résistance est très grande, le courant qui le traverse est très petit et il n'a guère d'in-



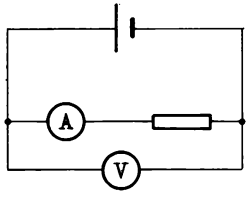
fluence sur les caractéristiques du circuit.

Par une autre voie, on peut arriver aux mêmes conclusions concernant les résistances intérieures. La puissance consommée par un ampèremètre ou un voltmètre est P = UI. Elle apparaît sous forme de chaleur. Il est souhaitable qu'elle soit la plus faible possible. Dans un ampèremètre, I est donné. Il faut donc que U soit petit. Comme U = RI, il faut que R soit petit. Dans un voltmètre, U est donné. Il faut donc que I soit petit. Comme I = U/R, il faut que R soit grand.

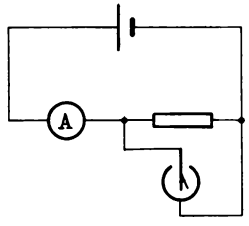
Avec un voltmètre et un ampèremètre, il est impossible de mesurer simultanément et d'une manière exacte la tension aux bornes d'une résistance et le courant qui la traverse. Avec un voltmètre électrostatique et un ampèremètre, la chose est possible.



U: exact
I: trop grand

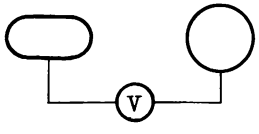


U: trop grand
I: exact



U: exact
I: exact

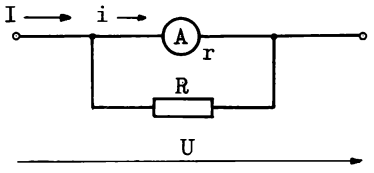
Avec un voltmètre ordinaire, il n'est pas possible de mesurer la tension entre deux objets chargés statiquement, car les charges s'écoulent immédiatement à travers l'instrument. On a presque instantanément une tension nulle entre les deux objets. Dans les champs électrostatiques, on doit utiliser le voltmètre électrostatique ou électromètre.



§ 110 Shunts

On peut incorporer aux ampèremètres et aux voltmètres des résistances qui diminuent leur sensibilité et, par conséquent, élargissent leur domaine de mesure. Ces résistances sont appelées shunts.

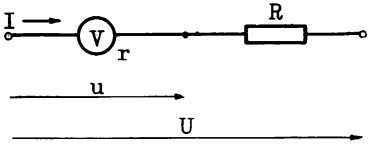
1. Ampèremètre: On place le shunt en parallèle avec l'instrument. Calculons le courant dans l'ampèremètre en fonction du courant total.



$$U = ri = \frac{rR}{r + R} I \Rightarrow i = \frac{R}{r + R} I.$$

Nous constatons que le courant mesuré par l'ampèremètre est une fraction bien déterminée du courant total. Si cette fraction vaut 0,1 ou 0,01, par exemple, on trouvera le courant total en multipliant par 10 ou par 100 les indications de l'appareil.

2. Voltmètre: On place le shunt en série avec l'instrument. Calculons la tension u appliquée au voltmètre en fonction de la tension totale U.



$$I = \frac{u}{r} = \frac{U}{r + R} \Rightarrow u = \frac{r}{r + R} U.$$

Ce calcul montre que la tension mesurée par le voltmètre est une fraction bien déterminée de la tension totale. Si cette fraction vaut 0,001, par exemple, il suffira de multiplier par 1000 les indications du voltmètre pour trouver la tension appliquée au système.

§ 111 Récapitulation

1. Le galvanomètre balistique mesure les charges. Dans certains cas particuliers, un électromètre peut mesurer les charges, s'il est muni d'un cylindre de Faraday et d'une graduation convenable.

2. L'électromètre mesure les tensions. Il est aussi appelé voltmètre électrostatique. Le voltmètre ordinaire peut être utilisé pour mesurer des tensions entre deux points d'un circuit parcouru par un courant ou entre les bornes d'une source. En électrostatique, il ne fonctionne pas. Pour mesurer des tensions qui varient très rapidement, on utilise l'oscillographe cathodique.

3. L'ampèremètre mesure les courants. Un ampèremètre très sensible est appelé galvanomètre. Le même instrument peut être utilisé comme galvanomètre et comme galvanomètre balistique.

4. Le pont de Wheatstone mesure les résistances.

Troisième partie

LE COURANT ET LE CHAMP MAGNETIQUE

Chapitre 15

CHAMP MAGNETIQUE

§ 112 Introduction

Les aimants ont la propriété d'exercer les uns sur les autres des forces d'attraction ou de répulsion. Ils sont aussi capables d'attirer très fortement des substances comme le fer, le cobalt ou le nickel. Il s'agit là de phénomènes magnétiques. Ces phénomènes sont liés aux phénomènes électriques. On peut le constater, par exemple, dans le fait qu'une bobine parcourue par un courant se comporte comme un aimant.

Les phénomènes magnétiques s'expliquent par la présence d'un champ magnétique, réalité physique correspondant au champ électrique dont nous nous sommes occupés jusqu'ici. Un courant électrique crée un champ magnétique dans l'espace qui l'entoure, comme une charge crée un champ électrique. Un champ magnétique exerce une force sur un courant (ou sur une charge en mouvement) comme un champ électrique exerce une force sur une charge placée en son sein. Il s'agit de deux champs qu'il faut se garder de confondre et qui ont chacun leurs propriétés particulières. Quoique distincts, ces deux champs sont liés l'un à l'autre. Ce lien sera le sujet de la quatrième partie de notre cours.

Un champ magnétique peut aussi être créé par un aimant. Toutefois, il ne s'agit pas là d'une cause du champ magnétique différente de celle que nous venons d'indiquer. Les mouvements des électrons sur leurs trajectoires constituent de petits courants circulaires, de sorte qu'on pourrait s'attendre à avoir un champ magnétique dans toute matière. Le plus souvent, ces petits courants sont placés d'une manière désordonnée et, macroscopiquement, il n'apparaît aucun phénomène magnétique. Dans certains corps, les petits courants sont capables de se placer d'une manière relativement ordrée et il en résulte un champ magnétique observable. C'est ainsi que sont constitués les aimants.

La terre porte avec elle un champ magnétique dont un des effets importants est d'orienter une aiguille de boussole vers le nord. Bien que l'origine de ce champ soit mal connue, il

n'y a pas de raison de l'attribuer à autre chose qu'à des courants.

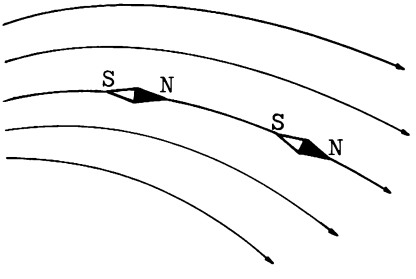
Dans la quatrième partie du cours, nous verrons qu'il n'y a pas seulement les charges qui créent un champ électrique et qu'il n'y a pas seulement les courants qui créent un champ magnétique. Si un champ magnétique varie au cours du temps, cela engendre un champ électrique (phénomène d'induction) et si un champ électrique varie au cours du temps, un champ magnétique est créé.

§ 113 Lignes de champ

Un effet particulièrement simple du champ magnétique est d'orienter une aiguille de boussole. En chaque point de l'espace, l'aiguille prend une direction et un sens bien déterminés. On appelle pointe nord de l'aiguille, la pointe qui, sous l'influence du champ magnétique terrestre, indique le nord.

Si un point se déplace dans un champ magnétique en suivant toujours la direction indiquée par une aiguille de boussole, il décrit une ligne appelée ligne de champ. On peut mettre en évidence les lignes de champ avec de la limaille de fer. Placés dans un champ suffisamment intense, les grains de limaille deviennent de petits aimants et, comme des aiguilles de boussole, s'orientent suivant les lignes de champ. Les figures obtenues sont appelées spectres magnétiques.

Pour donner un sens aux lignes de champ, on doit faire une convention. L'usage s'est établi de donner aux lignes le sens indiqué par la pointe nord de l'aiguille de boussole.



Les lignes de champ ne peuvent se croiser. Si deux lignes de champ se croisaient, il y aurait au point de coupe, deux directions différentes pour l'aiguille de boussole.

§ 114 Intensité du champ

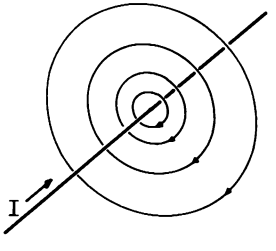
Pour définir le champ électrique en un point, nous avons considéré la force exercée par le champ sur une charge (§ 18). Ayant obtenu un vecteur $\vec{E}$ en chaque point de l'espace, nous avons introduit les lignes de champ. Pour définir le champ ma-

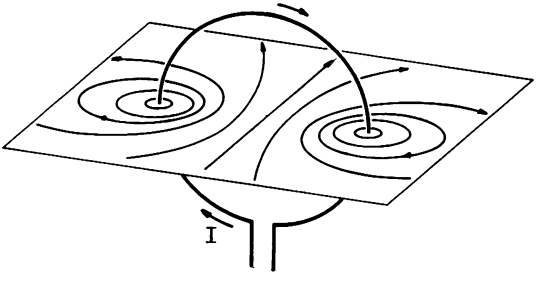
gnétique en un point, nous utiliserons la force exercée par le champ sur une particule chargée en mouvement. Toutefois, la situation n'est pas si simple que pour le champ électrique, car la force ne dépend pas seulement de la charge de la particule, mais aussi de son mouvement. C'est pour cette raison que nous faisons la définition en deux étapes, en nous appuyant sur deux expériences différentes. En premier lieu, l'aiguille de boussole nous permet de définir la direction du champ et de considérer les lignes de champ. En second lieu, et cela viendra au chapitre 17, la force exercée par le champ sur une charge en mouvement nous permettra de définir l'intensité du champ. Ayant en chaque point de l'espace une direction, un sens et une intensité, nous aurons un vecteur qui représente d'une manière complète le champ magnétique. Ce vecteur sera désigné par la lettre $\vec{B}$.

En attendant une définition plus précise, nous nous contenterons de la notion intuitive de l'intensité du champ magnétique. Le champ magnétique terrestre est peu intense, il ne peut orienter de la limaille de fer. Le champ magnétique créé par certains électro-aimants est assez intense pour qu'on puisse remplacer la limaille de fer par des billes ayant quelques millimètres de diamètre.

§ 115 Règle du tire-bouchon

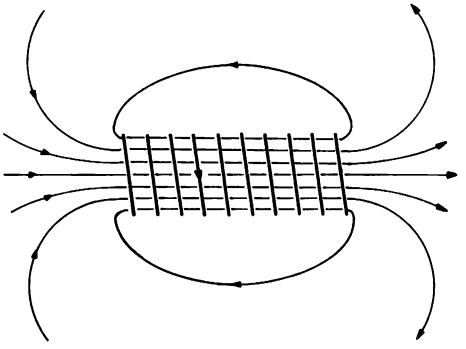
Avec de la limaille de fer et une aiguille de boussole, nous allons explorer les champs magnétiques créés par des courants circulant dans des fils de forme géométrique simple. Trois cas retiendront notre attention: le fil rectiligne, le fil circulaire et le fil en forme de bobine allongée. Une bobine dont le diamètre est faible par rapport à la longueur porte le nom de solénoïde.





Dans le cas d'un courant rectiligne, les lignes de champ sont des cercles centrés sur le fil et orthogonaux à celui-ci. Dans

le cas d'un courant circulaire, les lignes de champ sont des cercles au voisinage immédiat du fil et des cercles plus ou moins déformés lorsqu'on s'en éloigne. Dans le cas d'un courant circulant dans un solénoïde, le champ est uniforme à l'intérieur et beaucoup moins intense à l'extérieur qu'à l'intérieur.



On remarque que, dans chacun des cas, les lignes de champ sont fermées.

La règle dite du tire-bouchon lie le sens du courant à celui des lignes de champ. Dans le cas du courant rectiligne, on place la vis du tire-bouchon le long du fil. Si on manoeuvre l'instrument de manière à le faire avancer dans le sens du courant, la poignée tourne dans le sens des lignes de champ. Dans le cas du courant dans une ou plusieurs spires, on place la vis perpendiculairement au plan des spires. Si on tourne la poignée dans le sens du courant, l'instrument avance dans le sens des lignes de champ.

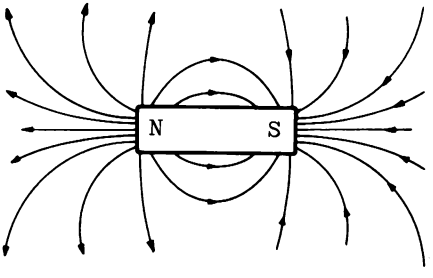
Chapitre 16

AIMANTS

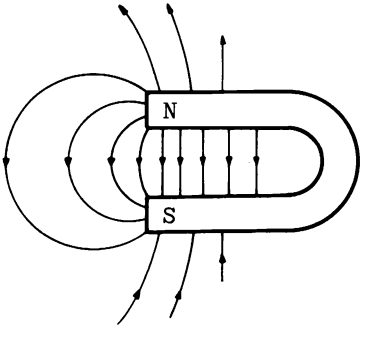
§ 116 Pôles

Lorsqu'on place un aimant dans de la limaille de fer, celle-ci s'attache à lui et forme des houppes à certains endroits. Ces régions, qui d'ailleurs ne sont pas très bien délimitées, sont généralement au nombre de deux et se nomment pôles de l'aimant. Lorsque l'aimant a une forme allongée, courbée ou non, il a un pôle à chaque extrémité. Si on suspend un aimant à un fil, un de ses pôles tend à s'orienter vers le nord. On donne à ce pôle le nom de pôle nord. A celui qui semble attiré vers le sud, on donne le nom de pôle sud. Une aiguille de boussole n'est rien d'autre qu'un aimant ayant une forme allongée et pouvant pivoter autour de son centre de gravité.

Au moyen de limaille et d'une aiguille de boussole, on peut explorer le champ magnétique créé par un aimant. On constate que les lignes de champ partent du pôle nord et aboutissent au pôle sud.

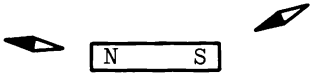


Barreau aimanté



Aimant en fer à cheval

En observant la position d'une aiguille de boussole dans le voisinage d'un barreau aimanté, on peut essayer d'interpréter ce qu'on voit en disant: les pôles de même nom se repoussent et les pôles de nom contraire s'attirent.



Tout ce qui précède suggère une correspondance entre les pôles magnétiques et les charges électriques. Cette correspondance serait fondée sur les faits suivants:

1. Les pôles créent un champ magnétique comme les charges créent un champ électrique.

2. Les lignes du champ magnétique vont du pôle nord au pôle sud, comme celles du champ électrique vont d'une charge positive à une charge négative.

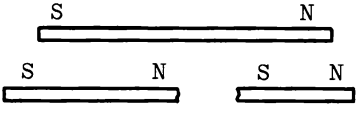
3. Les pôles s'attirent ou se repoussent comme le font les charges.

4. On a même essayé d'étudier quantitativement la force d'attraction ou de répulsion entre deux pôles. En dépit de vérifications expérimentales très peu précises, on peut écrire une formule analogue à la loi de Coulomb donnant la force entre deux charges.

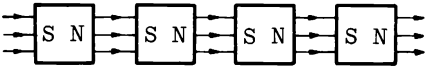
Comme nous allons le voir, cette correspondance n'a aucune profondeur. En fait, le champ électrique et le champ magnétique ont une structure fondamentalement différente.

§ 117 Expérience de l'aimant brisé

On se propose d'isoler un pôle magnétique. Pour cela, on coupe un aimant en deux. Au lieu d'obtenir un pôle nord et un pôle sud séparés, on constate qu'à l'endroit de la coupure, deux nouveaux pôles sont apparus, de sorte que chaque fragment d'aimant porte de nouveau un pôle nord et un pôle sud. On peut répéter l'expérience autant de fois qu'on voudra. Il est impossible d'isoler un pôle magnétique. Cela montre qu'un pôle ne possède pas de réalité physique. Un pôle n'est qu'une zone particulière d'un aimant. Les propriétés des pôles sont des conséquences de faits plus fondamentaux. Ce serait une erreur de vouloir construire une théorie du magnétisme sur la notion de pôle comme on construit une théorie de l'électricité sur la notion de charge.



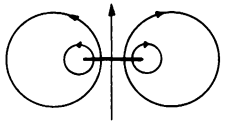
L'expérience de l'aimant brisé montre qu'un aimant doit être considéré comme une juxtaposition de petits aimants. En imaginant ceux-ci aussi petits qu'on le voudra, on est amené à concevoir les lignes de champ comme traversant l'aimant du pôle sud au pôle nord. Ainsi, dans les champs créés par des aimants comme dans ceux qu'engendrent des courants, les lignes de champ sont des lignes fermées.



Remarquons que si les pôles n'ont pas de réalité physique, le champ magnétique ne possède ni sources, ni puits. Par conséquent, toutes les lignes de champ doivent être fermées.

§ 118 Aimants élémentaires

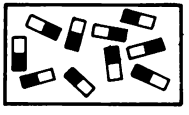
Tout électron tournant autour d'un noyau équivaut à un petit courant circulaire. Il engendre un champ magnétique comme celui qui est représenté dans la deuxième figure du paragraphe 115. Dans le dessin ci-contre, la trajectoire de l'électron est vue par la tranche. Le champ magnétique est analogue à celui que produit un petit aimant.

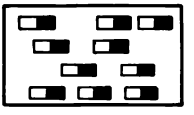


Il est évident que les trajectoires électroniques doivent exercer une influence les unes sur les autres, comme aussi subir l'influence d'un champ magnétique provenant de l'extérieur. Ce sujet est très complexe et nous ne ferons que l'effleurer. D'ailleurs, ces effets ont souvent une importance restreinte, parce que les champs magnétiques créés par les différents électrons se compensent partiellement les uns les autres.

Cette compensation peut avoir lieu entre les électrons d'un même atome, de sorte que l'atome n'est pas un petit aimant. Par contre, si chaque atome est un petit aimant, la compensation se fait généralement entre atomes, à cause de leurs orientations diverses. Il existe toutefois des substances dans lesquelles les atomes s'orientent spontanément de manière à ajouter leurs effets et à produire un champ magnétique intense. Ce sont les substances ferromagnétiques. On n'en connaît qu'un assez petit nombre: il y a le fer, le cobalt, le nickel et quelques alliages. Les effets des différentes trajectoires électroniques s'ajoutent, comme c'est le cas pour les spires d'une bobine. Cette orientation des atomes se fait par petites régions qu'on appelle domaines de Weiss. Les dimensions de ces domaines peuvent varier entre 10^{-6} cm et quelques cm.

A l'intérieur d'un même domaine, les atomes ont tous une même orientation. Toutefois, les différents domaines peuvent avoir des orientations différentes, de sorte que leurs effets se compensent et que, macroscopiquement, il n'y ait point de champ magnétique. On peut donc considérer une substance ferromagnétique comme un ensemble de petits aimants, les aimants élémentaires. Sous l'influence d'un champ magnétique extérieur, les aimants élémentaires s'orientent comme des aiguilles de boussole. Toutefois, cette orientation ne se fait pas sans frictions internes. Pour obtenir une orientation complète, le champ extérieur doit être assez intense.





Il est important de remarquer que le champ créé par les aimants élémentaires est dans le même sens que le champ extérieur. Ce dernier se trouve donc renforcé par la présence du corps ferromagnétique.

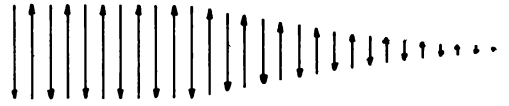
Lorsqu'on supprime le champ extérieur, les aimants élémentaires tendent à se remettre en désordre. Il subsiste toutefois une certaine aimantation, variable selon les substances. Dans certaines substances ferromagnétiques, comme l'acier, les aimants élémentaires ont tendance à garder l'orientation qu'ils ont une fois reçue. Cette propriété est utile pour la fabrication des aimants permanents. Dans d'autres substances ferromagnétiques, comme le fer doux, les aimants élémentaires se remettent en désordre dès que le champ extérieur a cessé. On appelle acier, du fer dans lequel un peu de carbone est incorporé et fer doux, du fer ne contenant pas de carbone.

§ 119 Désaimantation

Les propriétés particulières des corps ferromagnétiques disparaissent lorsqu'on élève leur température au-dessus d'une certaine valeur appelée point de Curie. La raison en est qu'une agitation thermique intense amène le désordre à l'intérieur des aimants élémentaires, c'est-à-dire détruit les domaines de Weiss. Un aimant permanent perd donc son aimantation si on le chauffe suffisamment. Pour le fer, le point de Curie est de 770° C.

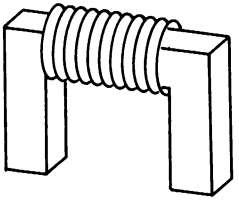
Pour supprimer l'aimantation d'un objet, il n'est pas nécessaire de le chauffer. La méthode la plus simple consiste à

faire passer l'objet par l'intérieur d'une bobine dans laquelle circule un courant alternatif. Lorsque l'objet est dans la bobine, son aimantation change de sens en même temps que le courant. Lorsqu'on éloigne l'objet de la bobine, l'intensité de l'aimantation devient toujours plus faible et tend vers zéro. Si on coupe le courant pendant que l'objet est dans la bobine, l'aimantation restante est déterminée par la valeur du champ magnétique au moment de l'interruption. Elle peut avoir un sens ou l'autre et sa grandeur est variable.

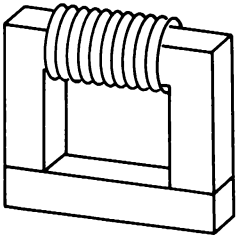


§ 120 Electro-aimants

On appelle ainsi un système qui ne devient un aimant que lorsqu'un courant le traverse. Le plus souvent, un électro-aimant est constitué par une bobine dans laquelle se trouve un noyau de fer doux. Ainsi, dès que le courant cesse, l'aimantation disparaît. Le noyau de fer a deux fonctions essentielles. Tout d'abord, il renforce le champ; il le multiplie par un facteur qui peut atteindre quelques milliers. Ensuite, il "canalise" les lignes de champ. Dans l'exemple indiqué par le dessin ci-contre, les lignes de champ n'ont pas la même forme que si la bobine était seule. Elles suivent le fer et présentent le même aspect que dans le cas d'un aimant permanent en fer à cheval. Le noyau permet donc de donner au champ magnétique la forme qu'on désire.

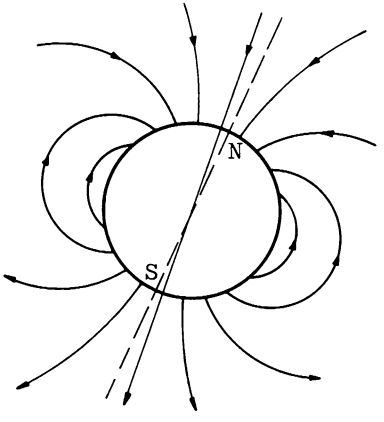


Lorsque les lignes de champ restent constamment dans le noyau de fer, on dit qu'on a un circuit magnétique fermé. Dans un tel cas, on constate que, même avec du fer doux, l'aimantation subsiste lorsqu'on supprime le courant. Le champ magnétique créé par les aimants élémentaires est suffisant pour les maintenir orientés. Si on ouvre tant soit peu le circuit magnétique, l'équilibre de l'ensemble est rompu, les aimants élémentaires retrouvent leur désordre naturel et le champ magnétique disparaît.



Les électro-aimants sont beaucoup utilisés dans la technique: sonnettes, grues, télégraphe, écouteurs de téléphone, ampèremètres, etc.

§ 121 Champ magnétique terrestre



Les lignes du champ magnétique terrestre sortent de la terre dans l'hémisphère sud et y rentrent dans l'hémisphère nord. Si on voulait considérer la terre comme un aimant, on devrait donc considérer les pôles géographiques nord et sud comme des pôles magnétiques sud et nord, respectivement (§ 116). En tout point du globe on peut considérer les plans méridiens magnétique et géographique. Le méridien magnétique est le plan vertical dans lequel se trouve la ligne du champ magnétique terrestre. L'angle formé par les deux plans méridiens est appelé déclinaison. Le fait que la déclinaison ne soit pas nulle en tout point du globe (et elle est loin de l'être) implique que le nord magnétique et le nord géographique ne coïncident pas. L'angle compris entre la ligne de champ et l'horizontale est appelé inclinaison. Si une aiguille de boussole est soutenue en son centre de gravité et est libre de se mouvoir dans toutes les directions, une de ses pointes s'abaisse vers la terre: la pointe nord, dans notre hémisphère. Dans les boussoles ordinaires, on place un contrepoids à la pointe sud, de manière que l'aiguille puisse tourner sans difficulté autour d'un axe vertical. Pour déterminer avec une boussole la position du nord géographique, il est nécessaire de connaître la déclinaison du lieu, afin de pouvoir corriger la direction indiquée par la boussole. En un même lieu, la déclinaison et l'inclinaison varient quelque peu au cours du temps.

Chapitre 17

CHAMP D'INDUCTION

A. FORCE DE LORENTZ ET DEFINITION DE L'INDUCTION

§ 122 Mise au point concernant les noms

Le chapitre précédent nous a fait voir que la matière peut modifier sensiblement un champ magnétique. Au paragraphe 72 nous avions rencontré quelque chose de similaire pour le champ électrique. En électricité comme en magnétisme, il s'est révélé utile d'introduire, parallèlement au champ qui est une réalité physique, un champ qui aide au calcul. Les champs qui ont la véritable importance sont désignés: en électricité par $\vec{E}$, en magnétisme par $\vec{B}$. Les champs auxiliaires sont désignés: en électricité par $\vec{D}$, en magnétisme par $\vec{H}$. Malheureusement, le nom de champ magnétique a été donné à $\vec{H}$ et non à $\vec{B}$, comme il aurait été raisonnable. Au champ $\vec{B}$, on donne le nom de champ d'induction.

	Réalité physique	Champ auxiliaire
Electricité	Champ électrique $\vec{E}$	Champ de déplacement $\vec{D}$
Magnétisme	Champ d'induction $\vec{B}$	Champ magnétique $\vec{H}$

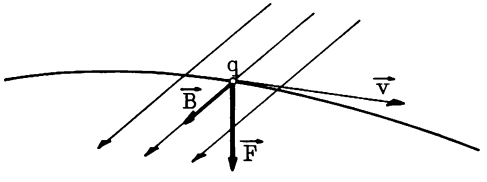
Nous n'étudierons pas les champs $\vec{D}$ et $\vec{H}$. Lorsque nous parlerons de champ magnétique, il ne faudra pas penser à $\vec{H}$ mais donner à ces mots un sens général. Par exemple: un courant crée un champ magnétique, un champ magnétique oriente l'aiguille d'une boussole, etc. C'est d'ailleurs ainsi que nous avons fait dans les deux chapitres précédents. Toutefois, nous serons souvent obligés d'utiliser le nom de champ d'induction, en particulier dans l'énoncé de lois ou de définitions.

§ 123 Définition du champ d'induction

Le lecteur fera bien de revoir le paragraphe 18, où se trouve la définition du champ électrique, et le paragraphe 114 qui sert d'introduction à la définition du champ d'induction.

On constate expérimentalement qu'un champ magnétique exerce une force sur toute particule chargée en mouvement dans son sein. Cette force est appelée force de Lorentz. Elle est toujours perpendiculaire à la vitesse de la particule et aux lignes du champ.

Considérons une particule chargée se déplaçant perpendiculairement aux lignes d'un champ magnétique. L'expérience montre qu'en un point bien déterminé du champ, la force de Lorentz est proportionnelle à la charge et à la vitesse de la particule. On peut donc écrire:



$$F = Bqv.$$

B est un coefficient de proportionnalité qui dépend du point considéré. Si, pour une charge et une vitesse données, on constate qu'une grande force s'exerce sur la particule, on en déduit que le facteur B a une valeur élevée. Or, on est en droit de dire que si la force est grande, c'est parce que le champ magnétique est intense. B est donc apte à représenter l'intensité du champ. On l'appelle intensité de l'induction magnétique. La relation pouvant s'écrire $B = F/qv$, on peut énoncer:

> Définition: L'intensité de l'induction magnétique est le rapport de la force agissant sur une particule chargée qui se déplace perpendiculairement aux lignes du champ, au produit de la charge et de la vitesse.

En chaque point de l'espace, on peut construire un vecteur ayant la direction et le sens de la ligne de champ passant par ce point et ayant la grandeur B. On obtient ainsi le vecteur induction $\vec{B}$. L'ensemble des vecteurs $\vec{B}$ définis en tous les points de l'espace constitue un champ vectoriel, le champ d'induction.

§ 124 Unités

Dans le système Giorgi, l'unité de champ d'induction est le Vs/m^2. Cela découle de la relation $B = F/qv$.

$$1\ \frac{N}{C\frac{m}{s}} = 1\ \frac{Ns}{Cm} = 1\ \frac{Ns.m}{Cm.m} = 1\ \frac{Js}{Cm^2} = 1\ \frac{Vs}{m^2}.$$

Cette unité est appelée tesla (abréviation: T).

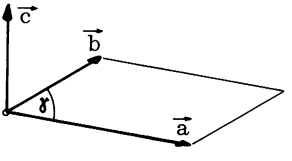
$$1 \text{ tesla} = 1\ \frac{Vs}{m^2}.$$

On utilise parfois un sous-multiple de cette unité: le gauss, qui vaut 10^{-4} tesla. Indiquons en passant que la composante horizontale de l'induction magnétique terrestre, dans nos régions, est voisine de 0,2 gauss.

§ 125 Produit vectoriel

Les besoins de la physique ont conduit à donner deux définitions tout-à-fait différentes du produit de deux vecteurs. Une première manière de multiplier des vecteurs, c'est celle qu'on introduit pour définir le travail d'une force. Dans ce cas, le produit est un nombre. Il s'agit du produit scalaire. Une seconde manière de multiplier les vecteurs est de définir le produit comme un vecteur. Il s'agit alors du produit vectoriel. C'est ce produit qu'on utilise pour définir le moment d'une force. (Voir le cours de Mécanique).

A un couple de vecteurs libres $\vec{a}$ et $\vec{b}$, on peut faire correspondre un vecteur $\vec{c}$ par la loi de composition appelée multiplication vectorielle.



$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{c}$$

$\vec{c}$ est défini de la façon suivante:

- Sa direction est perpendiculaire au plan déterminé par les deux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$.
- Son sens est fixé par la règle dite du tire-bouchon. On con-

sidère la plus petite rotation qui amène le premier vecteur à recouvrir le second. On fait subir cette rotation à la poignée d'un tire-bouchon dont la vis a la direction de $\vec{c}$. Le sens dans lequel l'instrument avance est celui qu'on attribue à $\vec{c}$.

- Sa grandeur est égale au produit des grandeurs des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ et du sinus du plus petit angle positif déterminé par ces vecteurs.

$$c = a.b.\sin\delta.$$

Dans le cas particulier où les deux facteurs sont parallèles, la direction du produit est indéterminée. Mais la grandeur de celui-ci est alors nulle. Le produit est donc nul. Ainsi, le produit vectoriel est toujours déterminé.

On peut vérifier les propriétés suivantes:

1. La grandeur du produit est égale à l'aire du parallèlogramme construit sur les facteurs.

2. L'opération est anticommutative. Elle n'est pas associative. Elle est distributive par rapport à l'addition.

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = -\vec{b} \wedge \vec{a}. \qquad \vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) \neq (\vec{a} \wedge \vec{b}) \wedge \vec{c}.$$

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \wedge \vec{b} + \vec{a} \wedge \vec{c}. \qquad (\vec{a} + \vec{b}) \wedge \vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{c} + \vec{b} \wedge \vec{c}.$$

§ 126 Expression générale de la force de Lorentz

L'expérience montre que la direction, le sens et la grandeur de la force de Lorentz sont donnés par la formule

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}.}$$

Cette expression est valable d'une manière tout-à-fait générale. Dans le cas particulier où la vitesse est perpendiculaire aux lignes de champ, le sinus de l'angle compris entre $\vec{v}$ et $\vec{B}$ vaut 1, de sorte qu'on retrouve l'expression F = qvB qui a servi à la définition de l'induction (§ 123). Si la vitesse est parallèle aux lignes de champ, le sinus est nul, ce qui signifie que la force de Lorentz est nulle.

Trois choses peuvent produire un changement de sens de la force de Lorentz:
- un changement de signe de la charge,
- un changement de sens de la vitesse de la particule,
- un changement de sens de l'induction.

Un champ magnétique et un champ électrique peuvent fort bien être superposés. Lorsqu'il en est ainsi, une particule chargée subit une force valant:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}.$$

B. APPLICATIONS

§ 127 Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique

Supposons que la seule force agissant sur une particule soit la force de Lorentz. Comme celle-ci est toujours perpendiculaire à la trajectoire, l'accélération l'est aussi. Il s'ensuit que le mouvement est uniforme. La force de Lorentz ne fait donc pas varier la grandeur de la vitesse mais seulement sa direction.

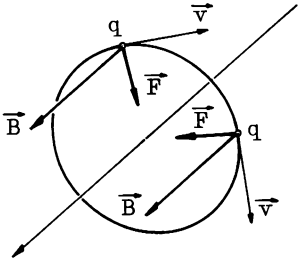
On peut aussi constater que la force de Lorentz ne fournit aucun travail. L'énergie cinétique de la particule doit donc rester constante.

§ 128 Mouvement d'une particule dans un champ uniforme

On peut montrer que, dans ce cas particulier, la trajectoire est une hélice ayant comme axe une ligne de champ.

Si la vitesse initiale est parallèle aux lignes de champ, la force de Lorentz s'annule et la trajectoire est une droite. On peut considérer cette droite comme une hélice enroulée sur un cylindre de rayon nul.

Si la vitesse initiale est perpendiculaire au champ, la force, l'accélération, les accroissements de vitesse et la vitesse elle-même sont toujours dans un même plan perpendiculaire au champ. La trajectoire est alors un cercle. On peut considérer ce cercle comme une hélice dont le pas est nul. Pour étudier le mouvement, partons de l'équation de Newton. L'accélération s'exprime aisément, puisque le mouvement est circulaire uniforme. Et comme $\vec{v}$ est perpendiculaire à $\vec{B}$, la



force a la grandeur qvB. L'équation F = ma devient:

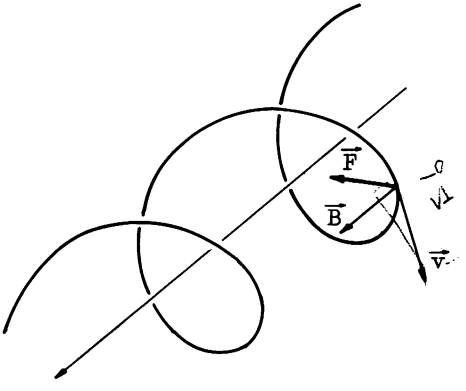
$$qvB = m \frac{v^2}{r}.$$

On peut en déduire le rayon du cercle:

$$r = \frac{mv}{qB}.$$

Plus le champ est intense, plus le cercle est petit. Plus la vitesse est grande, plus le cercle est grand (et cela en dépit du fait que la force de Lorentz croît avec la vitesse).

Si la vitesse initiale n'est pas dans l'un des deux cas extrêmes mentionnés ci-dessus, la trajectoire est une hélice proprement dite. Le mouvement peut être considéré comme la superposition d'un mouvement circulaire uniforme dans un plan perpendiculaire au champ et d'un mouvement rectiligne uniforme parallèle au champ.

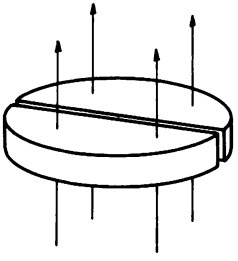


Si le champ magnétique n'est pas rigoureusement uniforme mais qu'il varie assez peu pour qu'on puisse le considérer comme uniforme dans de grandes portions de l'espace, la trajectoire d'une particule ne sera pas très différente d'une hélice. On aura alors une sorte d'hélice enroulée autour de lignes de champ non rectilignes. C'est ainsi que des particules chargées lancées dans l'hémisphère nord peuvent être observées dans l'hémisphère sud après avoir été guidées par les lignes du champ magnétique terrestre.

§ 129 Cyclotron

On donne ce nom à un accélérateur de particules qui fonctionne selon le principe suivant. On place une grande boîte métallique dans un champ magnétique uniforme. Cette boîte est partagée par la moitié en deux pièces appelées "dees" entre lesquelles on applique une tension alternative. Près du centre de la boîte, on place une source fournissant des particules

chargées. Supposons tout d'abord que la tension entre les dees soit nulle. On a des particules se mouvant dans un champ magnétique uniforme. Certaines d'entre elles se mettent à décrire une trajectoire circulaire, comme nous l'avons vu au paragraphe précédent. Selon le calcul fait alors, le rayon de leur trajectoire vaut:

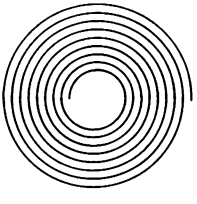


$$r = \frac{mv}{qB}.$$

Comme elles ont des vitesses différentes, les rayons des cercles qu'elles décrivent sont différents. Calculons leur période et leur fréquence de révolution.

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}, \qquad \nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}.$$

Ce résultat a ceci de très remarquable que la fréquence de révolution ne dépend ni de la vitesse ni du rayon de la trajectoire. Elle ne dépend que de la sorte de particules (q, m) et de l'induction. On met cela à profit en appliquant aux dees une tension alternative dont la fréquence est égale à celle de la rotation des particules. A l'intérieur de chaque dee, le champ électrique est constamment nul. Par contre, entre les dees, il existe un champ électrique variant de la même manière que la tension appliquée. Il y a nécessairement un certain nombre de particules qui passent dans le champ électrique au moment où son intensité est maximum et où son sens est tel qu'elles subissent une augmentation de vitesse. Suivons ces particules. Après avoir accompli un demi-tour, elles se retrouvent dans le champ électrique au moment où celui-ci atteint son maximum mais dans le sens opposé. Elles subissent de nouveau un accroissement de vitesse. Et cela continue ainsi. Au fur et à mesure que leur vitesse croît, le rayon de leur trajectoire augmente. Elles décrivent une sorte de spirale et finissent par atteindre la périphérie des dees où un dispositif approprié les dévie, les soustrait à l'action du champ magnétique et les envoie là où on veut les utiliser. Pour éviter les collisions des particules contre des atomes, on fait un vide très poussé dans la région où elles circulent.



Désignons par R le rayon maximum de la trajectoire des particules. Leur vitesse et leur énergie finales sont

$$v_{fin} = \frac{qBR}{m}, \qquad W_{fin} = \tfrac{1}{2}m.v_{fin}^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m}.$$

A chaque passage dans le champ électrique, elles reçoivent une énergie qU, U étant la tension maximum appliquée aux dees. Il en est ainsi, car le champ effectue le travail qU et, d'après le théorème de l'énergie, le travail de la résultante des forces est égal à l'accroissement d'énergie cinétique. Le nombre de passages dans le champ électrique est donc:

$$n = \frac{W_{fin}}{qU} = \frac{qB^2R^2}{2mU}.$$

Remarquons que l'énergie finale est proportionnelle au carré du rayon R et au carré de l'induction magnétique B. Pour obtenir des particules de grande énergie, on doit donc construire des électro-aimants très puissants et utiliser des dees de grand rayon.

§ 130 Autres accélérateurs de particules

Selon la théorie de la relativité, la masse m d'une particule augmente avec sa vitesse v suivant la relation

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

où m_o est la masse de la particule au repos et c, la vitesse de la lumière. Aux faibles vitesses, cette augmentation de masse est négligeable. Mais, dans un cyclotron, la vitesse d'une particule peut s'approcher suffisamment de la vitesse de la lumière pour que l'augmentation de masse devienne importante. S'il en est ainsi, le cyclotron ne fonctionne plus correctement car son principe est basé sur la constance de la fréquence de révolution

$$\nu = \frac{qB}{2\pi m}.$$

Une augmentation de masse amène un ralentissement dans la rotation qui finit par soustraire les particules à l'action du champ électrique. Pour remédier à cela, on adjoint au cyclotron un dispositif qui diminue suivant les besoins la fréquence de la tension appliquée aux dees. On obtient ainsi le synchrocyclotron.

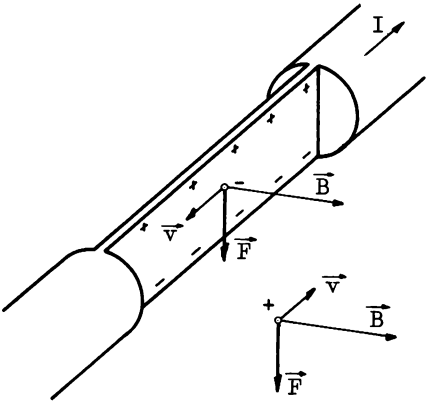
Il existe d'autres types d'accélérateurs, les synchrotrons, dans lesquels la trajectoire des particules est un cercle fixe. Conformément à la relation

$$r = \frac{mv}{qB},$$

on augmente l'intensité du champ d'induction en proportion de l'accroissement de vitesse et de masse.

§ 131 Effet Hall

On fait passer un très fort courant dans une feuille métallique très mince. On place cette feuille dans un champ d'induction aussi intense que possible. On observe alors une petite tension entre les deux bords de la feuille. Cela s'explique comme suit. Les électrons libres constituant le courant se déplacent dans un champ magnétique. Ils subissent une force de Lorentz qui tend à les déplacer vers un bord de la feuille. On a ainsi une accumulation de charges négatives à un bord, de charges positives à l'autre bord. Un état stationnaire est atteint lorsque le champ électrique créé par les charges déplacées exerce une force qui compense exactement la force de Lorentz. La tension qui apparaît entre les bords de la feuille est toujours très faible.



On peut remarquer que, le sens du courant et celui du champ étant fixés, le sens de la force de Lorentz serait le même si les particules qui transportent le courant avaient une charge positive. Ce fait peut être mis à profit pour déterminer expérimentalement le signe des charges mobiles dans une matière conductrice. Dans les conditions indiquées par le dessin ci-dessus, les charges mobiles sont poussées vers le bas. En constatant que le bas de la feuille est chargé négativement, on conclut que le courant est transporté par des particules chargées négativement. On ferait la conclusion inverse si le bas de la feuille était chargé positivement.

Chapitre 18

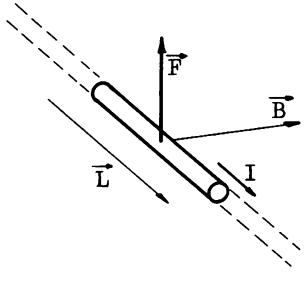
FORCE DE LAPLACE

A. FORCE DE LAPLACE

§ 132 Action d'un champ magnétique sur un courant

Lorsqu'un courant se trouve dans un champ magnétique, chaque particule en mouvement subit la force de Lorentz. Il s'ensuit que le conducteur subit une force. A cette dernière, on donne le nom de force de Laplace ou de force pondéromotrice.

Considérons un tronçon de conducteur, rectiligne, de longueur L, de section S, traversé par un courant I, et placé dans un champ d'induction uniforme $\vec{B}$. Pour le calcul qui suit, nous supposerons que le conducteur est un métal. Les transporteurs de charges sont les électrons libres. Désignons par $\vec{v}$ leur vitesse moyenne et par n leur nombre par unité de volume. Le fil considéré a un volume SL. Il contient SLn électrons libres. Chacun d'eux subit une force $-e\vec{v} \wedge \vec{B}$. La force de Laplace vaut donc:



$$\vec{F} = SLn(-e\vec{v} \wedge \vec{B}).$$

Dans cette expression, nous voyons apparaître le produit Snev qui, comme nous l'avons montré au paragraphe 88, est égal au courant I. Pour faire la substitution, il faudrait avoir v et non $\vec{v}$. Nous l'obtenons par l'artifice suivant. Représentons le fil par un vecteur $\vec{L}$, ayant la direction et la longueur du fil et le sens du courant. $\vec{L}$ et $\vec{v}$ ayant la même direction et le sens opposé, nous pouvons écrire:

$$L\vec{v} = - v\vec{L}.$$

La force de Laplace vaut alors:

$$\vec{F} = - \text{SneL}\vec{v} \wedge \vec{B} = \text{Snev}\vec{L} \wedge \vec{B} = I\vec{L} \wedge \vec{B}.$$

$$\boxed{\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B}.}$$

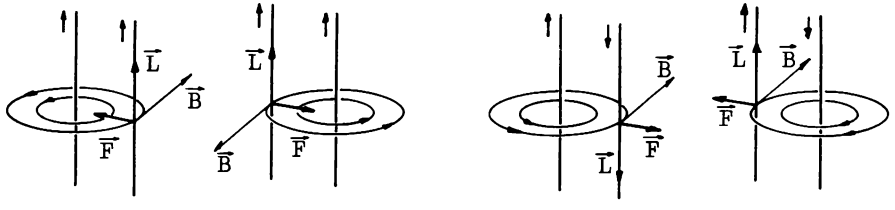
C'est la formule de Laplace.

Si les particules mobiles portaient une charge positive, $\vec{v}$ aurait le sens opposé et q le signe opposé. La force de Lorentz $q\vec{v} \wedge \vec{B}$ ne changerait pas. La force de Laplace non plus. L'examen de la force exercée par un champ magnétique sur un courant ne permet donc pas de connaître le signe des transporteurs de charges.

B. APPLICATIONS

§ 133 Action réciproque de deux courants parallèles

Pour déterminer la force exercée sur l'un des courants, on trouve d'abord le champ créé par l'autre, d'après les règles établies au paragraphe 115. Ensuite, on applique la formule de Laplace pour calculer la force. C'est la même forme de raisonnement que dans l'établissement de la loi de Coulomb (§ 59). Nous nous contentons ici de considérer la direction et le sens de la force.



Les dessins ci-dessus montrent que
- deux courants parallèles et de même sens s'attirent,
- deux courants parallèles et de sens contraire se repoussent.

Nous ne pourrons aborder l'étude quantitative de cette force que lorsque nous saurons calculer l'induction à une distance donnée d'un courant (§ 146).

Dans un solénoïde, les spires voisines constituent des cou-

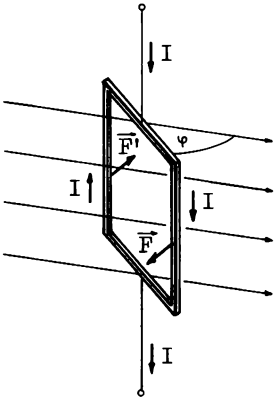
rants parallèles et de même sens. Les forces qu'elles exercent les unes sur les autres tendent à raccourcir le solénoïde.

§ 134 Galvanomètre

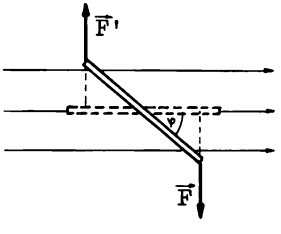
Un galvanomètre est un ampèremètre construit pour mesurer les petits courants. Le type de galvanomètre qui retiendra notre attention est ce qu'on appelle galvanomètre à cadre mobile. Il utilise les forces exercées par un aimant permanent sur une petite bobine plate traversée par le courant à mesurer. Nous examinerons le problème pour deux champs magnétiques de forme différente.

1. Champ uniforme

Le cadre est tenu par des fils verticaux qui servent à faire passer le courant et qui peuvent exercer sur le système un moment de torsion tendant à le ramener à sa position d'équilibre. Sur les tronçons horizontaux du cadre, la force de Laplace est verticale et n'influence pas la rotation. Par contre, la force s'exerçant sur les fils verticaux donne lieu à un certain nombre de couples qui dévient le cadre de sa position de repos. On dispose les fils de suspension de sorte que le plan du cadre soit parallèle au champ lorsque le courant est nul. A chaque valeur du courant correspond une position d'équilibre du cadre déterminée par la condition: moment de torsion = moment des forces de Laplace.



Désignons par a la largeur du cadre, par b sa hauteur, par N le nombre de spires qu'il contient, par φ l'angle de déviation, par I le courant, par B l'induction et par C la constante de torsion. Le moment de torsion vaut $C\varphi$. Sur un brin de fil vertical, la force de Laplace a pour grandeur IbB, car le fil et le champ sont perpendiculaires. Le bras de levier de cette force est $\frac{1}{2}a\cos\varphi$. Le nombre de brins est 2N. Lorsque l'équilibre est réalisé, on peut écrire, d'après la règle des moments:

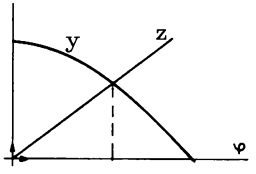


$$2N.\tfrac{1}{2}a\ \cos\varphi.IbB = C\varphi \qquad \text{ou}$$

$$NIabB\ \cos\varphi = C\varphi.$$

Pour un galvanomètre donné, les grandeurs N, a, b, B, C sont fixes. L'équation ci-dessus est donc une relation entre le courant I traversant l'instrument et l'angle de déviation φ. Si tout est connu sauf φ, le calcul de cet angle est malaisé, car l'équation est transcendante. Pour la résoudre, on peut utiliser une méthode graphique. On met l'équation sous la forme

$$\cos\varphi = \frac{C}{NIabB}\,\varphi.$$



On pose $y = \cos\varphi$ et $z = \frac{C}{NIabB}\,\varphi$.

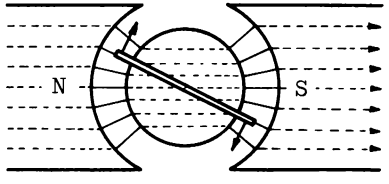
On fait le graphique de la fonction $y(\varphi)$ d'après les tables et de la fonction $z(\varphi)$, qui est une droite. La valeur de φ qui rend égaux y et z est la solution de l'équation donnée. On lit sa valeur sur le graphique.

Si le courant circule en sens inverse, les forces de Laplace et la déviation sont aussi en sens inverse.

L'équation qui traduit la condition d'équilibre montre que l'angle et le courant ne sont pas proportionnels. Pour un instrument de mesure, c'est un défaut.

2. Champ radial

On peut supprimer le défaut que nous venons de signaler en mettant dans le cadre un cylindre de fer doux et en donnant aux pôles de l'aimant une forme cylindrique creuse. Lorsqu'il en est ainsi, le champ prend une forme radiale. Il s'ensuit que les forces de Laplace sont toujours perpendiculaires au cadre, ce qui rend leur bras de levier égal à $\frac{1}{2}a$. La condition d'équilibre s'écrit:

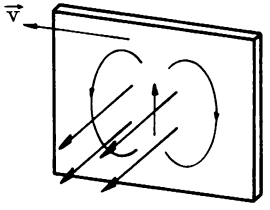


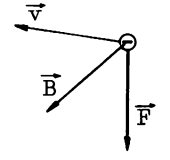
$$NIabB = C\varphi \qquad \text{ou} \qquad \varphi = \frac{NabB}{C}\,I.$$

La déviation est alors proportionnelle au courant.

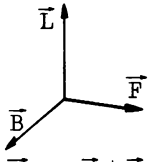
§ 135 Courants de Foucault

Lorsqu'une plaque métallique se déplace entre les pôles d'un aimant, on constate que tous ses mouvements sont gênés par une force de freinage qui rappelle l'action d'un milieu visqueux.





$\vec{F} = - e\vec{v} \wedge \vec{B}.$



$\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B}.$

Cet effet s'interprète aisément, comme conséquence de l'apparition de courants à l'intérieur de la masse métallique. Ces courants sont appelés courants de Foucault. Lorsque le métal se déplace dans le champ magnétique, ses particules chargées subissent la force de Lorentz. Les électrons libres sont mis en mouvement par cette force et un courant prend naissance. Le premier dessin évoque sa forme tourbillonnaire. Ce courant est analogue aux courants de convection dus aux différences de température dans un milieu fluide. Il est évident que ce courant ne peut subsister que si le champ d'induction n'existe que dans une partie de la plaque. Si le champ était uniforme, la force de Lorentz exercerait ses effets partout de la même manière et le courant ne pourrait avoir lieu. La portion de courant qui se trouve dans le champ d'induction subit la force de Laplace. On vérifie sans peine que cette force est toujours opposée à la vitesse. Elle joue donc un rôle de freinage.

Si on pratique des fentes dans le métal, on empêche les courants de Foucault de s'établir.

Les courants de Foucault dissipent de l'énergie thermique dans le métal, par effet Joule. Partout où ils apparaissent, on perd de l'énergie mécanique ou électrique.

Chapitre 19

LOI DE GAUSS RELATIVE AU CHAMP D'INDUCTION

A. LOI DE GAUSS

§ 136 Flux d'induction

Le flux du champ d'induction ou flux d'induction se définit exactement comme le flux du champ électrique (§ 52). Il suffit de remplacer $\vec{E}$ par $\vec{B}$ dans les formules qui l'expriment.

Le flux d'un champ d'induction quelconque à travers une surface quelconque s'obtient en décomposant celle-ci en éléments suffisamment petits pour qu'on puisse les considérer comme plans et que sur chacun d'eux le champ soit pratiquement uniforme. Le flux à travers la surface donnée est la somme des flux élémentaires.

$$\Phi = \sum \vec{B}_i . \Delta\vec{S}_i .$$

ou mieux:

$$\Phi = \iint \vec{B} . d\vec{S} .$$

Le flux d'induction est le produit d'une induction magnétique par une aire. Dans le système Giorgi, ces grandeurs se mesurant en Vs/m^2 (ou tesla) et en m^2, le flux d'induction s'exprime en Vs. Cette unité est appelée le weber.

Le flux d'induction à travers une surface n'est déterminé qu'au signe près. Le signe dépend du sens choisi pour les vecteurs $\Delta\vec{S}_i$. Dans le cas d'une surface fermée, on convient d'orienter ces vecteurs vers l'extérieur de la surface. On désigne alors le flux par Φ_o.

§ 137 Flux d'induction à travers une surface fermée

L'expérience permet d'énoncer la loi suivante:

> Loi de Gauss: Le flux d'induction à travers une surface fermée est toujours nul.

$$\boxed{\phi_o = 0.}$$

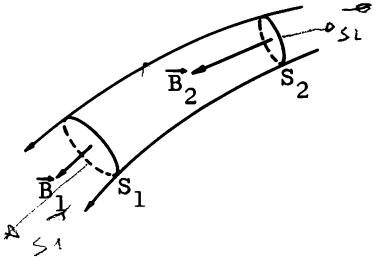
Cette loi signifie que le champ d'induction a une structure analogue au champ des vitesses dans un fluide incompressible. Puisque le champ d'induction ne possède ni source, ni puits (§ 117), le flux qui "entre" dans une surface fermée et le flux qui en "sort" sont toujours de même grandeur. Leurs signes étant opposés, le flux total est nul.

La loi de Gauss est valable dans tout champ d'induction. C'est un des axiomes de l'électrodynamique. Elle exprime le fait que le champ d'induction ne possède ni sources, ni puits et que ses lignes sont toujours fermées.

B. APPLICATIONS

§ 138 Tube de champ

Nous allons répéter le raisonnement fait au paragraphe 60 à propos du champ électrique et obtenir un résultat analogue pour le champ magnétique. Considérons un tube de champ d'induction assez mince pour qu'on puisse en définir des sections droites et que sur chacune d'elles l'intensité de l'induction ait une valeur bien déterminée. En appliquant la loi de Gauss à la surface fermée constituée par une portion de tube et deux sections droites, on obtient:



$$\phi_o = 0, \qquad \vec{B}_1\vec{S}_1 + \vec{B}_2\vec{S}_2 = 0, \qquad B_1S_1 - B_2S_2 = 0,$$

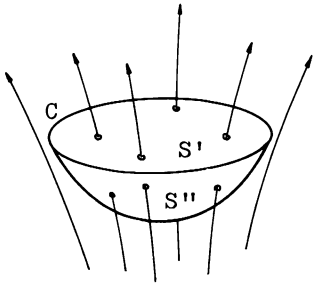
$$B_1S_1 = B_2S_2.$$

Le long d'un tube de champ, l'induction est donc inversement proportionnelle à la section du tube. Cela implique que le champ est moins intense lorsque ses lignes s'écartent, et vice versa.

Dans le champ électrique, cette règle n'est valable que dans une portion d'espace où il n'y a pas de charge. Dans le champ d'induction, elle est toujours valable.

§ 139 Flux à travers une courbe fermée

Considérons une courbe fermée C et deux surfaces S' et S" ayant cette courbe pour bord. Appliquons la loi de Gauss à la surface fermée constituée par la réunion des deux surfaces S' et S". Le flux total est égal à la somme des flux relatifs à S' et S". On a successivement:



$$\phi_o = 0, \quad \phi' + \phi'' = 0, \quad |\phi'| = |\phi''|.$$

Les flux ϕ' et ϕ'' ont même grandeur. Ils ont le signe opposé parce que les vecteurs $\Delta\vec{S}$ sont orientés vers le haut pour S' et vers le bas pour S". Si on change l'orientation des vecteurs $\Delta\vec{S}$ sur S", ϕ'' change de signe et devient égal à ϕ'. On en conclut:

> Théorème: A travers différentes surfaces ayant le même bord, le flux d'induction est le même.

A première vue, la notion de flux d'induction à travers une courbe fermée est dépourvue de sens. Toutefois, grâce à ce qui est établi plus haut, on peut attribuer un sens à cette notion. Une courbe fermée C étant donnée, on peut envisager une infinité de surfaces ayant C pour contour. Or, à travers toutes ces surfaces, le flux d'induction est le même. Le flux d'induction caractérise donc la courbe C.

> Définition: On appelle flux d'induction à travers une courbe fermée, le flux à travers n'importe quelle surface ayant cette courbe pour bord.

Chapitre 20

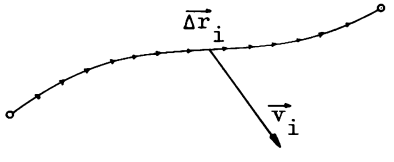
LOI D'AMPERE

A. LOI D'AMPERE

§ 140 Circulation

Lorsqu'une grandeur scalaire (c'est-à-dire un nombre réel) est attachée à chaque point de l'espace, on dit qu'on a un champ scalaire. Exemples: la température, l'altitude, la pression atmosphérique, le potentiel. Lorsqu'une grandeur vectorielle est attachée à chaque point de l'espace, on dit qu'on a un champ vectoriel. Exemples: la vitesse d'un fluide, l'accélération due à la pesanteur, le champ électrique, le champ d'induction.

Dans un champ vectoriel quelconque, où le vecteur est désigné par $\vec{v}$, considérons une courbe quelconque. Décomposons celle-ci en petites portions. Prenons garde que chaque tronçon soit pratiquement rectiligne et que sur chacun d'eux le champ puisse être considéré comme uniforme. Désignons par $\overrightarrow{\Delta r}_i$ la i-ème portion et par $\vec{v}_i$ la valeur du champ sur $\overrightarrow{\Delta r}_i$. On appelle circulation de $\vec{v}$ le long de la courbe donnée, l'expression



$$\sum \vec{v}_i . \overrightarrow{\Delta r}_i .$$

Plus exactement, la circulation est la limite de cette expression, lorsque tous les $\overrightarrow{\Delta r}_i$ tendent vers zéro. La somme ci-dessus devient alors une intégrale curviligne.

$$\int \vec{v} . \overrightarrow{dr} .$$

La circulation dépend du sens de parcours qu'on choisit sur la courbe. Si on choisit le sens opposé, la circulation prend la valeur opposée.

La notion de circulation est une généralisation, à un champ vectoriel quelconque, des notions déjà connues de travail et de tension. La circulation de la force le long d'une courbe est le travail effectué par cette force. La circulation du champ électrique le long d'une courbe est la tension relative à cette courbe (§ 28).

§ 141 Circulation de l'induction

La circulation de l'induction joue un rôle important en électricité. Elle n'a pas de nom particulier. Nous la désignerons par C.

$$C = \sum \vec{B}_i . \vec{\Delta r}_i \qquad \text{ou} \qquad C = \int \vec{B}.\vec{dr}.$$

Les seules circulations de l'induction utiles à considérer sont celles qui se rapportent à des courbes fermées. Elles seront désignées par le symbole C_o. On peut, par exemple, choisir comme courbe une ligne du champ d'induction. Si on la décrit dans son propre sens, l'angle compris entre $\vec{B}_i$ et $\vec{\Delta r}_i$ est partout nul. Le produit scalaire est alors égal au produit des grandeurs des vecteurs, et dans la somme, tous les termes sont positifs. On voit tout de suite que la circulation de l'induction calculée le long d'une ligne de champ n'est jamais nulle. Il s'ensuit qu'il n'existe pas de champs magnétiques dans lesquels les circulations sur des courbes fermées sont toutes nulles. On notera la différence entre ce résultat et ce qui concerne le champ électrique (§ 32).

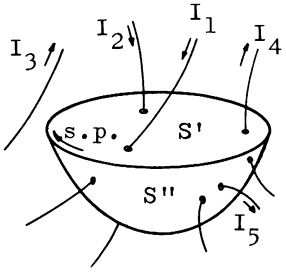
§ 142 Courant à travers une courbe fermée

Le courant est un débit de charge. Le courant à travers une surface, c'est la charge qui traverse cette surface par unité de temps. Que peuvent bien signifier les termes du titre ci-dessus ?

Considérons une courbe fermée dans une région où circulent des courants. Envisageons deux surfaces différentes S' et S" ayant cette courbe pour bord. S'il n'y a pas d'accumulation de charge, le débit à travers S' est le même qu'à travers S". Ce débit caractérise donc la courbe donnée plus que les surfaces qui s'appuyent sur elle. On peut alors faire la définition suivante:

> Définition: Le courant à travers une courbe - ou enlacé par une courbe - est le courant à travers une surface quelconque ayant cette courbe pour bord.

Sur la courbe fermée donnée, choisissons un sens de parcours.



Convenons de compter positivement tous les courants qui traversent les surfaces dans le sens donné par la règle du tire-bouchon, négativement tous les autres. Dans l'exemple indiqué par le dessin, le courant à travers la courbe est donc, suivant que l'on considère S' ou S":

$$I'_{enlacé} = I_1 + I_2 - I_4 \qquad \text{ou}$$

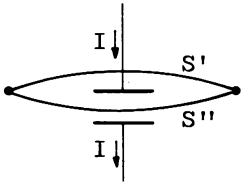
$$I''_{enlacé} = I_1 + I_2 + I_5 - I_4 - I_5.$$

Ces deux expressions sont évidemment égales.

Le courant enlacé par une courbe dépend du sens de parcours choisi. Il n'est déterminé qu'au signe près.

Parfois, pour désigner la notion introduite dans ce paragraphe, on utilise le nom de flux de courant. Nous préférons le terme de courant, car le courant est lui-même un flux. C'est le flux de la densité de courant $\vec{i}$, introduite au paragraphe 83.

S'il y a des endroits où les charges peuvent s'accumuler, la notion de courant à travers une courbe perd sa signification. Le dessin ci-contre représente un courant chargeant un condensateur. La courbe fermée (un cercle dans un plan perpendiculaire aux fils) et les surfaces S' et S" sont vues en coupe. Le courant à travers S' vaut I, tandis que celui qui traverse S" est nul. Dans ce cas, le courant dépend de la surface choisie.



§ 143 Relation entre les courants et le champ d'induction qu'ils produisent

Il est évident que le champ d'induction est d'autant plus intense que les courants qui en sont la cause sont intenses. De son côté, la circulation de l'induction croît avec l'intensité de l'induction. On peut donc s'attendre à ce qu'il y ait une relation entre la circulation de l'induction et les courants. L'expérience montre qu'il en est ainsi et qu'on peut énoncer la loi suivante:

Loi d'Ampère: La circulation de l'induction le long d'une courbe fermée est proportionnelle au courant enlacé par cette courbe.

On peut écrire:

$$C_o = \mu_o I_{enlacé},$$

où μ_o est une constante de proportionnalité.

La loi d'Ampère n'est valable que s'il n'y a pas d'endroits où les charges peuvent s'accumuler. Dans le cas contraire, la notion de courant enlacé par une courbe est dépourvue de sens.

Cette loi présente une analogie avec la loi de Gauss relative au champ électrique (§ 56); analogie non pas quant à la forme mais quant à la fonction. En effet, la loi de Gauss montre la relation entre les charges et le champ électrique qu'elles produisent, alors que la loi d'Ampère établit le lien entre les courants et le champ magnétique qu'ils créent. En électricité, le champ n'apparaît pas explicitement dans la loi. Il y figure une grandeur dérivée, le flux. Dans le magnétisme, c'est aussi une grandeur dérivée du champ, la circulation, qui figure dans la loi. Chacune des deux lois fait intervenir une constante de proportionnalité. (A cet égard, on peut regretter que μ_o ne figure pas dans le membre de gauche; la correspondance serait meilleure, ici et ailleurs.) Chacune des deux lois s'applique à un élément géométrique bien déterminé: la loi de Gauss à une surface fermée, la loi d'Ampère à une courbe fermée.

Pour appliquer la loi d'Ampère, on choisit dans chaque cas la ligne fermée la plus commode. Sur cette ligne, on choisit un sens de parcours. Cela fixe le signe de C_o et de $I_{enlacé}$, comme nous l'avons vu au paragraphe précédent.

La constante μ_o se nomme constante d'induction. Sa valeur est:

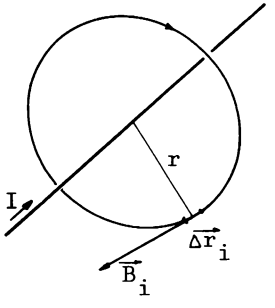
$$\mu_o = 4\pi.10^{-7}\ \frac{Vs}{Am}.$$

Grâce à la convention faite au paragraphe précédent concernant le signe du courant, la loi d'Ampère fournit pour les lignes de champ un sens identique à celui que donne la règle du tire-bouchon (§ 115).

B. APPLICATIONS

§ 144 Champ produit par un courant rectiligne

Nous nous proposons de déterminer l'intensité du champ d'induction à une distance r d'un conducteur rectiligne parcouru par un courant I.



Nous avons déjà constaté que les lignes de champ sont des cercles centrés sur le conducteur et perpendiculaires à celui-ci. Choisissons comme courbe fermée une ligne de champ de rayon r et appliquons la loi d'Ampère. Par raison de symétrie, le vecteur induction doit avoir la même grandeur B en tout point de la ligne de champ. D'autre part, il est toujours tangent à cette ligne, si bien que les produits scalaires $\vec{B}_i.\Delta\vec{r}_i$ se ramènent aux produits des normes des vecteurs.

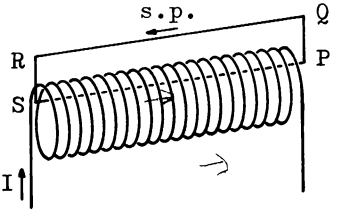
$$C_o = \sum \vec{B}_i.\Delta\vec{r}_i = \sum B_i.\left|\Delta\vec{r}_i\right| = \sum B.\left|\Delta\vec{r}_i\right| = B\sum\left|\Delta\vec{r}_i\right| = B.2\pi r$$

$$C_o = \mu_o I_{enlacé} \quad \Rightarrow \quad B.2\pi r = \mu_o I.$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I}{r}.}$$

L'intensité de l'induction est proportionnelle au courant et inversement proportionnelle à la distance au conducteur.

§ 145 Champ produit par un solénoïde



Un solénoïde est une bobine dont la longueur est grande par rapport au diamètre. Pour appliquer la loi d'Ampère, choisissons une ligne fermée PQRSP, comme l'indique le dessin. Sur le tronçon QR, l'induction est très faible. Sur les tronçons PQ et RS, elle est presque normale à la courbe. Nous pouvons donc négliger la circulation

de l'induction sur le chemin PQRS. Le champ à l'intérieur de la bobine pouvant être considéré comme uniforme,

$$C_o = \mu_o I_{enlacé} \qquad \text{devient} \qquad B\ell = \mu_o NI.$$

B est l'intensité de l'induction à l'intérieur de la bobine, ℓ sa longueur, N le nombre de ses spires et I le courant qui la parcourt. De la dernière relation, on déduit:

$$\boxed{B = \mu_o \frac{NI}{\ell}.}$$

Si on introduit dans la bobine un noyau ferromagnétique, l'intensité de l'induction devient des centaines ou des milliers de fois plus grande. Cela ne contredit pas la loi d'Ampère: si le noyau est aimanté, les trajectoires électroniques sont orientées d'une manière analogue aux spires de la bobine; la ligne fermée PQRSP passe à l'intérieur de beaucoup de trajectoires électroniques; le courant enlacé est beaucoup plus grand que NI. Bien que théoriquement juste, la loi d'Ampère devient ici inutile, car on ne connaît pas les courants microscopiques.

§ 146 Action réciproque de deux courants parallèles

Continuons l'étude commencée au paragraphe 133. Soient I_1 et I_2 les deux intensités et d la distance entre les fils. A l'endroit où se trouve le second fil, l'induction produite par le premier a la valeur

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_1}{d}.$$

Sur un tronçon de fil de longueur L, la force de Laplace a pour grandeur:

$$F = I_2 LB = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_1 I_2 L}{d}.$$

Si deux fils parallèles, distants de 1 m, sont parcourus par des courants de 1 ampère, chaque mètre de conducteur subit une force valant

$$F = \frac{4\pi.10^{-7}}{2\pi} \frac{Vs}{Am} \cdot \frac{1\ A.1\ A.1\ m}{1\ m} = 2.10^{-7}\ N.$$

Cette expérience et ce calcul servent de base à la définition de l'ampère. L'ampère est l'intensité d'un courant qui, parcourant deux conducteurs parallèles distants de 1 m, produit sur chaque mètre de conducteur une force de 2.10^{-7} N.

Quatrième partie

LE CHAMP MAGNETIQUE ET LE CHAMP ELECTRIQUE

Chapitre 21

LOI D'INDUCTION

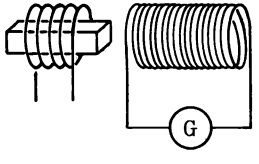
A. LOI D'INDUCTION

§ 147 Avertissement

Notre cours cherche à expliquer les phénomènes électromagnétiques en mettant en évidence le plus possible les champs. Pour cette raison, nous considérons qu'il n'y a phénomène d'induction proprement dit que lorsqu'il apparaît un champ électrique induit. Le sujet des courbes mobiles dans les champs magnétiques constants est traité à part, dans la troisième partie du chapitre.

§ 148 Expérience fondamentale

Un courant circulant dans une bobine y crée un champ magnétique. On peut se demander si un champ magnétique placé dans une bobine y ferait naître un courant. Relions les bornes d'une bobine à un galvanomètre et établissons un champ magnétique dans la bobine au moyen d'un aimant ou d'un électro-aimant. Nous constatons que le galvanomètre décèle un courant lorsqu'on établit ou qu'on supprime le champ magnétique, mais non quand le système est stationnaire. Ce courant est appelé courant induit.



§ 149 Champ électrique induit

Le phénomène que nous venons de décrire se nomme phénomène d'induction. Il ne peut pas être expliqué par les lois que nous avons rencontrées jusqu'ici. Cherchons donc à l'interpréter correctement et à découvrir la nouvelle loi physique qui le régit.

Un champ magnétique constant dans la bobine ne produit pas de

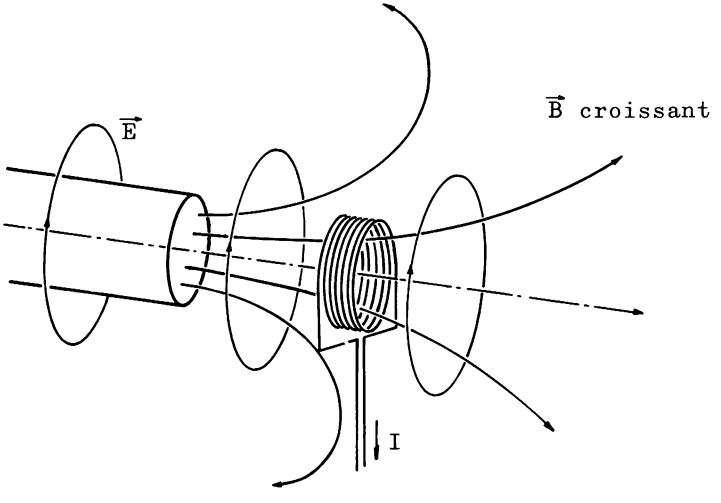
courant induit. Nous devons donc conclure que la cause du phénomène d'induction n'est pas le champ magnétique mais les variations de celui-ci au cours du temps.

Examinons de plus près l'effet de la cause citée. Nous avons observé un courant dans la bobine. Il a fallu une force pour mettre les charges en mouvement. Ce ne saurait être la force de Lorentz, puisque les charges ont subi une force alors qu'elles étaient immobiles. Cette force provenait donc d'un champ électrique. On appelle celui-ci champ électrique induit. Le courant induit n'est donc qu'un effet secondaire. L'effet essentiel, c'est l'apparition d'un champ électrique.

Comme cause du champ électrique, nous ne connaissions jusqu'à présent que les charges. Maintenant nous connaissons une autre cause et pouvons énoncer cette propriété fondamentale:

> Les variations du champ magnétique créent un champ électrique.

Il n'y a pas de différence de nature entre un champ électrique induit et un champ électrique créé par des charges. Toutefois, il y a une importante différence de structure. Les charges positives et négatives sont respectivement les origines et les extrémités des lignes du champ électrique qu'elles créent. Par contre, lorsqu'un champ électrique est produit par effet d'induction, sans qu'il y ait présence de charges, les lignes de champ ne peuvent avoir d'origine et d'extrémité. Un champ électrique induit possède donc des lignes fermées. C'est un champ tourbillonnaire.



Poursuivons l'interprétation de l'expérience fondamentale et demandons-nous comment sont les lignes du champ induit. L'axe de l'électro-aimant est un axe de révolution pour le champ magnétique. Le système donné possède donc une symétrie de révolution. Les lignes du champ électrique induit ont nécessairement la même symétrie. Les seules lignes fermées qui possèdent cette symétrie sont des cercles centrés sur l'axe et perpendiculaires à celui-ci. Ce résultat est confirmé expérimentalement. En chaque point de la bobine, le champ électrique induit est dans la direction du fil. C'est la situation la plus favorable pour la production du courant induit. Si on place la bobine d'une manière oblique, le courant induit est moindre. Il est même nul, si le plan d'une spire est perpendiculaire au plan d'une ligne du champ électrique.

Cette expérience fournit aussi le sens des lignes de champ, car le courant dans un conducteur et le champ qui le produit ont toujours le même sens. Plaçons la vis d'un tire-bouchon selon les lignes du champ magnétique. Tournons l'instrument de manière à le faire avancer dans le sens des lignes, si le champ croît, dans le sens opposé, s'il décroît. On constate alors que les lignes du champ électrique induit sont dans le sens opposé à celui dans lequel tourne la poignée du tire-bouchon.

Les vis ordinaires sont des vis à droite. Elles s'enfoncent quand on les tourne à droite. Pour certains usages, on construit des vis dont le pas est dans l'autre sens. Ce sont les vis à gauche. Une telle vis indiquerait directement le sens des lignes du champ électrique induit. Pour cette raison, nous appellerons la règle que nous venons de voir: règle du tire-bouchon à gauche.

§ 150 Relation entre les variations du champ d'induction et le champ électrique qu'elles créent

L'expérience permet d'énoncer la loi suivante:

> Loi d'induction: La tension le long d'une courbe fermée est proportionnelle à la vitesse de variation du flux d'induction à travers cette courbe.

C'est une des lois fondamentales de l'électricité. Elle n'admet aucune exception.

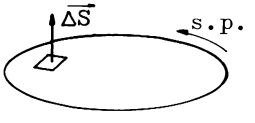
Du point de vue de sa fonction, la loi d'induction est comparable à la loi de Gauss (§ 56, relation entre les charges et le champ électrique qu'elles créent) et à la loi d'Ampère (§ 143, relation entre les courants et le champ d'induction

qu'ils produisent). En outre, il y a des analogies quant à la forme. La loi d'induction fait intervenir un élément géométrique, une courbe fermée. Et elle ne mentionne pas les champs eux-mêmes, mais des grandeurs qui en dérivent, la circulation du champ électrique ou tension et le flux du champ d'induction.

La loi d'induction fait intervenir le flux d'induction à travers une courbe fermée. Le flux à travers une courbe fermée, c'est le flux à travers une surface ayant cette courbe pour bord. Nous avons appris au paragraphe 139 qu'à travers différentes surfaces s'appuyant sur la même courbe fermée, le flux d'induction est le même. Ainsi, le flux d'induction à travers une courbe fermée est une grandeur bien déterminée. De plus, la loi d'induction mentionne la vitesse de variation du flux. Il s'agit de la dérivée du flux par rapport au temps.

Examinons les unités physiques des différentes grandeurs. Le champ d'induction se mesure en Vs/m^2, le flux d'induction en Vs, sa dérivée par rapport au temps en V. La tension le long de la courbe se mesurant aussi en V, il apparaît que, dans la loi d'induction, la constante de proportionnalité doit être un nombre pur.

Quel doit être le signe de cette constante ? Nous savons que le signe de la tension dépend du choix du sens de parcours de la courbe et que le signe du flux dépend du sens qu'on attribue aux vecteurs $\overrightarrow{\Delta S}$. Le signe du coefficient de proportionnalité n'est donc pas déterminé. Pour lever cette indétermination, il faut faire une convention. Décidons de lier le sens de parcours de la courbe avec le sens des vecteurs $\overrightarrow{\Delta S}$ par la règle du tire-bouchon. Cette convention lie le signe de la tension avec le signe du flux.



Cette convention étant faite, l'expérience montre que la constante de proportionnalité vaut -1. Ainsi, la loi d'induction s'écrit:

$$U_o = - \frac{d\phi}{dt}.$$

Pour faire apparaître plus explicitement les champs, on pourrait écrire aussi:

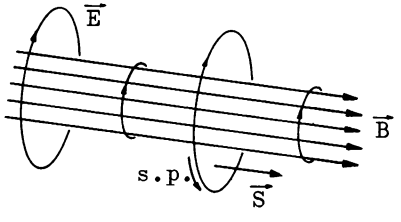
$$\sum \vec{E}_i . \overrightarrow{\Delta r}_i = - \frac{d}{dt} \sum \vec{B}_i . \overrightarrow{\Delta S}_i \qquad \text{ou} \qquad \int \vec{E} . \vec{dr} = - \frac{d}{dt} \iint \vec{B} . \vec{dS}.$$

Il est judicieux, mais non indispensable, d'orienter les vecteurs représentant les surfaces de manière qu'ils forment avec le champ d'induction des angles aigus ou nuls. De la sorte, le flux est positif et la discussion du signe de sa dérivée est plus facile.

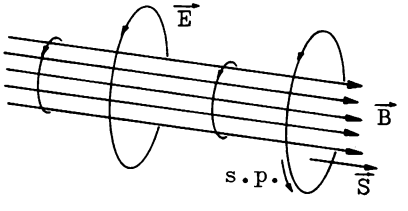
§ 151 Exemple d'application de la loi d'induction

Nous allons traiter un exemple qui fera voir comment la loi d'induction permet de calculer effectivement un champ électrique induit. Considérons un champ magnétique uniforme limité par une surface cylindrique à l'extérieur de laquelle le champ est nul. Supposons que l'intensité de ce champ croisse ou décroisse linéairement en fonction du temps. Il s'agit de déterminer la direction, le sens et l'intensité du champ induit.

Tout d'abord nous remarquons que la situation donnée possède une symétrie de révolution. D'après l'argumentation du paragraphe 149, nous concluons que les lignes du champ induit sont des cercles.



$\vec{B}$ croissant



$\vec{B}$ décroissant

Pour appliquer la loi d'induction, il faut une courbe fermée. Choisissons une ligne du champ électrique induit. Fixons un vecteur $\vec{S}$ et un sens de parcours conformément aux conventions. On a:

$$\phi = \vec{B}.\vec{S} = BS \qquad \text{et} \qquad U_o = -\frac{d\phi}{dt} = -S\frac{dB}{dt}.$$

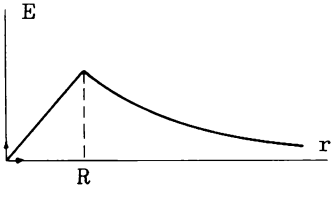
Lorsque le champ magnétique croît, U_o est négatif. Cela implique que le champ induit est dans le sens opposé au sens de parcours. Lorsque le champ magnétique décroît, U_o est positif. Cela implique que le sens du champ induit coïncide avec le sens de parcours. On peut contrôler ce résultat avec la règle du tire-bouchon à gauche.

Calculons l'intensité du champ électrique induit. Plaçons-nous dans le cas où le champ magnétique croît. Le résultat serait à peu près le même dans l'autre cas. Soit R le rayon du cylindre qui enferme le champ magnétique et r le rayon du cercle auquel on applique la loi d'induction. Calculons U_0. En tout point du cercle, le champ électrique a la même grandeur et fait un angle plat avec l'élément de chemin. La tension est donc le produit de la grandeur du champ par la longueur du chemin, le tout muni d'un signe moins. $U_0 = -E.2\pi r$. Quand le cercle est à l'intérieur du champ magnétique, le flux d'induction vaut $B.\pi r^2$. Quand le cercle est à l'extérieur du champ, le flux d'induction ne dépend plus du rayon du cercle. Il vaut $B.\pi R^2$. A l'intérieur et à l'extérieur du champ magnétique, la loi d'induction fournit respectivement:

$$-E.2\pi r = -\frac{d}{dt}(B\pi r^2) \qquad \text{et} \qquad -E.2\pi r = -\frac{d}{dt}(B\pi R^2).$$

Le champ électrique induit a donc les valeurs:

$$E_{int} = \tfrac{1}{2}\frac{dB}{dt}.r \qquad \text{et} \qquad E_{ext} = \tfrac{1}{2}\frac{dB}{dt}.\frac{R^2}{r}.$$



Le graphique ci-contre montre comment l'intensité du champ induit varie en fonction de la distance à l'axe du cylindre.

§ 152 Le champ électrique et ses deux causes

Pour des raisons qui apparaîtront plus clairement dans la suite, il est rare qu'on ait à étudier un champ électrique qui soit purement induit. La situation la plus fréquente est celle-ci: on a un champ $\vec{E}'$ créé par des charges, auquel se superpose un champ induit $\vec{E}''$. Les champs se composent comme les forces, de sorte qu'en chaque point le champ résultant est:

$$\vec{E} = \vec{E}' + \vec{E}''.$$

Désignons les flux des champs $\vec{E}$, $\vec{E}'$ et $\vec{E}''$ à travers une surface fermée par Ψ_0, Ψ_0' et Ψ_0'', respectivement, et les tensions relatives à une courbe fermée par U_0, U_0' et U_0''. Un calcul simple, en partant des définitions, montre que les flux et les tensions obéissent à la même relation d'addition que les champs. On a:

$$\Psi_o = \Psi'_o + \Psi''_o, \qquad U_o = U'_o + U''_o.$$

Utilisons la loi de Gauss et la loi d'induction. Elles s'appliquent évidemment au champ résultant. On peut donc écrire:

$$\varepsilon_o \Psi_o = Q_{enf} \qquad \text{et} \qquad U_o = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad \text{ou}$$

$$\varepsilon_o (\Psi'_o + \Psi''_o) = Q_{enf} \qquad \text{et} \qquad U'_o + U''_o = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Remarquons maintenant que le champ $\vec{E}''$, n'ayant ni source ni puits, a un flux nul à travers toute surface fermée, et que le champ $\vec{E}'$, produit par des charges, a toutes ses tensions circulaires nulles. On a donc:

$$\Psi''_o = 0 \qquad \text{et} \qquad U'_o = 0.$$

On en déduit:

$$\varepsilon_o \Psi'_o = Q_{enf} \qquad \text{et} \qquad U''_o = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Les lois de Gauss et d'induction s'appliquent normalement au champ électrique résultant. Toutefois, le raisonnement ci-dessus montre que la loi de Gauss peut s'appliquer à la composante du champ qui tire son origine des charges et que la loi d'induction peut s'appliquer à la composante du champ qui trouve sa cause dans les variations du champ magnétique.

Une tension circulaire différente de zéro provient nécessairement d'un phénomène d'induction. Cela explique l'usage qui s'est établi de lui donner le nom de tension induite. D'après le calcul fait ci-dessus, U_o est toujours égal à U''_o. Une tension induite, c'est donc une tension circulaire relative au champ résultant $\vec{E}$ ou, ce qui revient au même, au champ induit $\vec{E}''$.

§ 153 Existence du potentiel électrique

Le potentiel ne peut être défini que si les tensions sont indépendantes des chemins (§ 41) ou, ce qui est équivalent, que si les tensions circulaires sont nulles. La loi d'induction fournit la condition générale suivante:

> La notion de potentiel n'a de sens que s'il n'y a aucun phénomène d'induction.

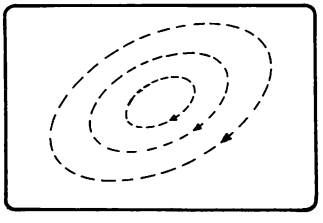
Au paragraphe 32, nous avons signalé deux importantes caté-

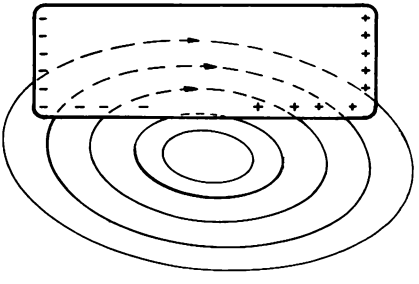
gories de champs électriques dans lesquels se réalise cette condition. Il y a d'abord les champs électrostatiques. Là, il n'y a pas de courants, donc pas de champs magnétiques, donc pas de tensions induites. Ensuite, il y a les champs électriques dans lesquels ne circulent que des courants constants. Les champs magnétiques produits sont aussi constants, de sorte qu'il n'y a pas de champs électriques induits.

B. CONDUCTEUR DANS UN CHAMP ELECTRIQUE INDUIT

§ 154 Effet d'induction dans un conducteur massif

Considérons d'abord un conducteur massif placé dans un champ induit. Le résultat est différent suivant qu'il y a des lignes de champ qui se referment dans le conducteur ou qu'il n'y en a pas. Les charges mobiles subissent une force qui les entraîne le long des lignes de champ.

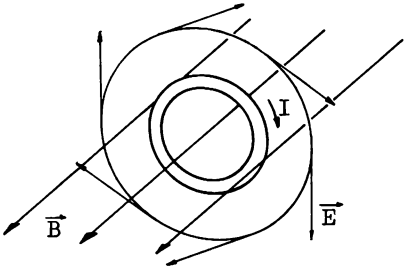




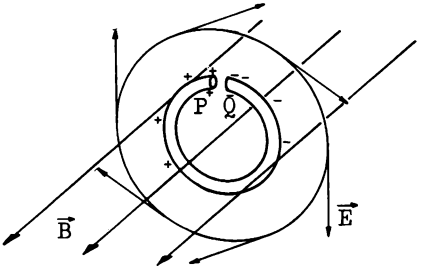
Dans le premier cas, le courant peut s'établir d'une manière durable. Ce courant, qui s'établit dans une masse métallique, est appelé courant de Foucault. Nous en avons déjà parlé au paragraphe 135. Dans le second cas, le champ électrique induit déplace des charges qui vont s'accumuler à la surface du conducteur. Ces charges créent un champ électrique qui se superpose au champ induit. Dans le conducteur, ces deux champs sont de sens opposés. Le champ résultant diminue donc progressivement. Il transporte des charges jusqu'à ce qu'il soit nul. Le lecteur reconnaîtra ici un phénomène analogue au phénomène d'influence étudié au paragraphe 26. Si le champ électrique induit varie au cours du temps, les charges amenées à la surface du conducteur varient d'une manière correspondante. Et le déplacement des charges s'opère si rapidement que, dans la plupart des cas, le champ électrique résultant peut être considéré comme constamment nul dans le conducteur.

§ 155 Spire perpendiculaire à un champ d'induction variable

Considérons maintenant un conducteur en forme de boucle placé dans un champ électrique induit de manière que le fil suive les lignes de champ. Distinguons le cas d'une boucle fermée et celui d'une boucle ouverte.



$\vec{B}$ croissant



$\vec{B}$ croissant

Dans le premier cas, en chaque point du fil, le champ électrique induit est tangent au conducteur. C'est la situation la plus favorable pour la production d'un courant induit. Celui-ci a le même sens que le champ induit. Sa valeur est fournie par la loi d'Ohm. R étant la résistance du conducteur et U_o la tension le long de la boucle, on a:

$$I = \frac{U_o}{R}.$$

Dans le second cas, les charges déplacées par le champ induit s'accumulent de la manière suggérée par le dessin. Les extrémités du conducteur se chargent, l'une positivement, l'autre négativement, et comme au paragraphe précédent, le champ électrique résultant est nul à l'intérieur du conducteur. Appliquons la loi d'induction à une courbe allant le long de la spire et se refermant en traversant la fente PQ de celle-ci. La vitesse de variation du flux d'induction à travers la boucle détermine une tension induite U_o. Décomposons la courbe fermée en un long tronçon QP à l'intérieur du fil métallique et en un petit tronçon PQ dans l'air. La tension induite peut s'écrire:

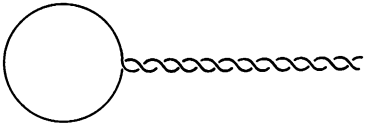
$$U_o = U_{QP}(\text{fil}) + U_{PQ}(\text{air}).$$

Le champ étant nul à l'intérieur du conducteur, la tension le long de celui-ci est nulle. Il en résulte:

$$U_o = U_{PQ}(\text{air}).$$

Une tension égale à la tension induite apparaît donc entre les bouts du fil, par le chemin le plus direct. Cette tension s'explique par la présence d'un champ électrique intense dans la fente, champ créé par les charges accumulées aux extrémités du conducteur.

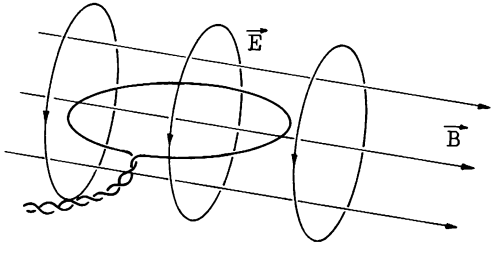
Si la spire est reliée à un instrument de mesure (ampèremètre, oscillographe, par exemple) par deux fils qui s'enroulent l'un autour de l'autre, le flux d'induction, et par conséquent, la tension induite ne sont pas modifiés. On peut donc mesurer le courant induit, si le circuit est fermé, ou la tension induite qui apparaît aux extrémités du conducteur, si le circuit est ouvert.



§ 156 Spire dans une position quelconque

Lorsqu'une spire est placée dans un champ induit mais n'en suit pas les lignes, le champ électrique n'est pas placé favorablement pour produire un courant. Seule la composante tangente au fil est utile. Et il peut arriver que dans deux portions différentes du conducteur, le champ tende à faire circuler des courants de sens opposés. L'étude du système à partir du champ induit peut être très compliquée, voire impossible. On simplifie beaucoup les choses en faisant appel à la loi d'induction et en l'appliquant à la courbe constituée par le conducteur. La vitesse de variation du flux d'induction, pour autant qu'on puisse la connaître, fournit alors directement la tension induite le long du conducteur.

Dans des problèmes théoriques, il arrive qu'on applique la loi d'induction à une courbe mathématique (§ 151). Mais dans la pratique, on l'applique presque toujours à des conducteurs. Il faut, bien entendu, que ceux-ci soient assimilables à des courbes fermées.



Arrêtons-nous un instant sur le cas particulier où une spire est placée dans un champ magnétique de manière que le flux soit constamment nul.

Comme il n'y a pas de variations de flux à travers la spire, la tension induite est nulle. Les variations de champ magnétique créent bien un champ électrique induit, mais celui-ci est incapable d'établir un courant dans la spire.

§ 157 Effet d'induction dans une bobine

Considérons une bobine placée dans un champ magnétique uniforme mais variable $\vec{B}$. Soit N le nombre de spires et S l'aire de l'une d'elles. Le flux à travers la bobine est sensiblement égal au produit du nombre de spires par le flux à travers l'une d'elles.

$$\Phi = N\vec{B}.\vec{S}.$$

Dans la dérivée du flux, on retrouve le facteur N. La tension induite est donc proportionnelle au nombre de spires.

Cette conclusion est très intuitive dans le cas où les spires de la bobine se confondent à peu près avec les lignes du champ induit. Tout le long du fil, le champ électrique lui est pratiquement tangent. La tension est donc d'autant plus grande que le fil est long.

§ 158 Règle de Lenz

Pour trouver le sens du courant induit, on peut utiliser la règle suivante. On obtient le même résultat qu'en étudiant le signe de la tension induite.

> Règle de Lenz: Le courant induit est toujours dans un sens tel qu'il tend à s'opposer à la variation du flux qui l'a provoqué.

Pour appliquer cette règle, il faut considérer le champ magnétique créé par le courant induit. Si l'effet d'induction est provoqué par une augmentation de flux, ce champ magnétique est orienté de façon à faire diminuer le flux. Et vice versa.

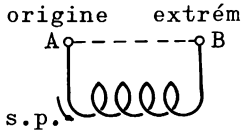
§ 159 Loi d'Ohm

La loi d'Ohm exprime le lien qui existe entre le champ électrique régnant dans un conducteur et le courant que ce champ produit. Sous sa forme habituelle, U = RI, elle ne fait pas apparaître explicitement le champ, mais elle fait intervenir une grandeur qui en dérive directement: la tension le long du conducteur (§ 84). Lorsqu'on applique la loi d'Ohm dans des

circuits à courants constants, U est la tension entre les extrémités du conducteur que l'on considère, et il n'y a pas à se préoccuper du chemin par lequel cette tension est comptée. Mais, lorsqu'on applique cette loi dans des circuits où apparaissent des phénomènes d'induction, il faut bien prendre garde que U représente la tension par un chemin qui suit le conducteur.

On appelle bipôle un conducteur n'ayant que deux extrémités. Un simple fil, une bobine, un moteur, sont des bipôles. Les extrémités du conducteur sont les bornes du bipôle. Lorsqu'on utilise l'appareil, on relie ses bornes à une source de courant, pile, dynamo, réseau, etc. (Le réseau de distribution, dont les prises se trouvent dans chaque appartement, est une source de courant recevant son énergie des centrales électriques). On appelle tension aux bornes d'un bipôle, la tension comptée entre ses bornes par le chemin le plus court.

Lorsqu'on étudie le comportement électrique d'un bipôle relié à une source de courant, il n'est pas nécessaire de considérer les tensions relatives à un grand nombre de chemins différents. Il suffit d'introduire la tension aux bornes, la tension le long du conducteur et la tension induite dans le circuit. Le chemin sur lequel on calcule la troisième n'est autre que la réunion des chemins sur lesquels on calcule les deux premières. Pour que les signes de ces tensions soient définis, il faut préciser les sens des différents chemins. Dans ce but, on choisit arbitrairement un sens de parcours sur le bipôle. Cela fixe le signe de la tension induite. En outre, cela caractérise l'une des bornes comme étant l'origine du bipôle, l'autre comme étant son extrémité. Par convention, la tension aux bornes et la tension le long du conducteur se mesurent de l'origine à l'extrémité.



Dans le bipôle représenté ci-dessus, la tension aux bornes est

$$U_b = U_{AB}(\text{direct}).$$

La tension le long du conducteur est liée par la loi d'Ohm au courant I qui y circule.

$$U_{AB}(\text{conducteur}) = RI.$$

Pour que cette relation soit juste quant au signe, on doit accepter pour I des valeurs négatives comme des valeurs positives. On vérifie immédiatement que le courant est compté po-

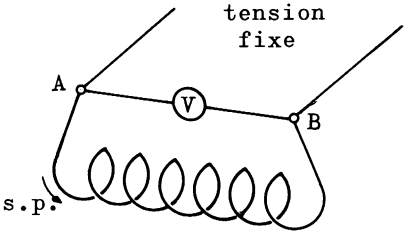
sitivement quand il circule dans le sens de parcours, négativement quand il circule en sens contraire. (Si I est positif, U est positif, $\vec{E}$ est orienté dans le sens de parcours et I aussi). Dans le cas d'un courant alternatif, les deux sens sont équivalents, aussi choisit-on le sens de parcours de façon arbitraire. Le courant est tantôt positif, tantôt négatif. Dans le cas où le courant circule toujours dans le même sens, on a intérêt à choisir ce sens comme sens de parcours du bipôle. Ainsi, le courant est toujours positif.

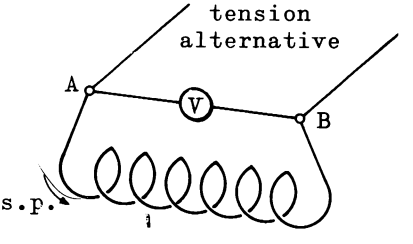
La tension aux bornes, la tension le long du conducteur et la tension induite dans le circuit sont liées par la règle d'addition des tensions.

$$U_o = U_{AB}(\text{conducteur}) + U_{BA}(\text{direct}).$$

On en déduit: $U_o = RI - U_b$.

Pour mettre en évidence les faits nouveaux introduits par le phénomène d'induction, relions une bobine à une source de courant dont la tension est fixe, puis à une source dont la tension varie sinusoïdalement. Dans le premier cas, le champ d'induction est fixe et la tension induite est nulle. Le courant dans le bipôle est déterminé par la résistance et par la tension aux bornes. Dans le deuxième cas, le courant variable produit un champ magnétique variable et un effet d'induction. Le courant dans le bipôle est déterminé non seulement par la résistance et la tension aux bornes, mais encore par la variation du flux d'induction.





$$RI - U_b = 0, \qquad RI - U_b = -\frac{d\Phi}{dt},$$

$$I = \frac{1}{R}.U_b. \qquad I = \frac{1}{R}\left(U_b - \frac{d\Phi}{dt}\right).$$

On peut constater que, lorsqu'il y a effet d'induction, le courant est considérablement réduit. Cela est particulièrement marqué si on place dans la bobine un noyau qui renforce son champ d'induction, son flux et sa tension induite.

C. EXTENSION DE LA LOI D'INDUCTION

§ 160 L'unité du champ électromagnétique

Le champ électrique et le champ magnétique sont fréquemment superposés. Quand on pense à cet ensemble, on parle du champ électromagnétique.

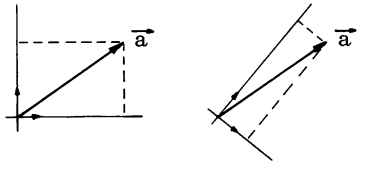
Considérons une particule de charge q et de vitesse $\vec{v}$ se déplaçant dans un champ magnétique auquel n'est superposé aucun champ électrique. Elle subit la force de Lorentz:

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}.$$

Imaginons qu'un observateur soit en mouvement avec la particule. Pour lui, elle est immobile. Il ne peut donc attribuer au champ magnétique la force qu'elle subit. Quand une charge immobile subit une force, c'est qu'elle est dans un champ électrique. L'observateur en mouvement conclut donc qu'il y a un champ électrique dont la valeur est

$$\vec{E}' = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{v} \wedge \vec{B}.$$

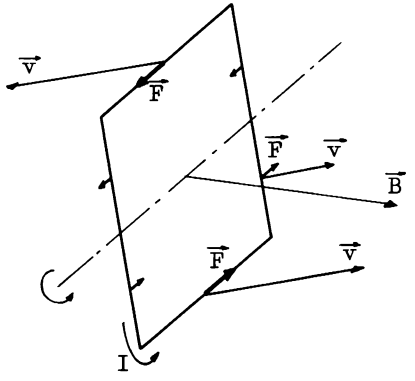
Le champ électrique et le champ magnétique ne sont donc pas des réalités aussi distinctes que nous avons pu le penser jusqu'à maintenant. Le champ électromagnétique a deux aspects: l'un électrique, l'autre magnétique. Et ces deux aspects varient suivant les observateurs. Pour faire comprendre ceci, donnons l'exemple d'un vecteur repéré dans des bases différentes. Le vecteur est le même dans tous les cas, mais ses composantes dépendent du repère choisi. D'une manière analogue, le champ électromagnétique est en lui-même unique et bien déterminé. Mais des observateurs en mouvement l'un par rapport à l'autre constatent des valeurs différentes pour la composante électrique et pour la composante magnétique du champ.



§ 161 Spire en mouvement dans un champ magnétique constant

Un champ constant est un champ qui ne varie pas au cours du temps. Un champ uniforme est un champ qui a la même valeur en tout point de l'espace.

Lorsqu'un conducteur se meut dans un champ magnétique, les charges mobiles subissent la force de Lorentz et se déplacent sous son influence. Si le conducteur a la forme d'une spire fermée et que la force de Lorentz est favorablement disposée le long du conducteur, un courant peut prendre naissance. Ce phénomène n'est pas rare. On peut constater qu'il se présente lorsqu'une spire tourne sur elle-même dans un champ magnétique (voir le dessin ci-contre) ou qu'elle se déplace vers une région où l'intensité du champ est différente (voir l'exemple à la fin du paragraphe). Dans le cas d'une spire ouverte, il n'est pas possible qu'un courant s'établisse. Mais la force de Lorentz peut provoquer une accumulation de charges aux extrémités du conducteur et, par conséquent, faire apparaître entre elles une tension.



Ces effets peuvent en principe être calculés à partir de la force de Lorentz. Toutefois on peut démontrer qu'on arrive aux mêmes résultats en utilisant la loi d'induction! Cela sera établi dans le prochain paragraphe.

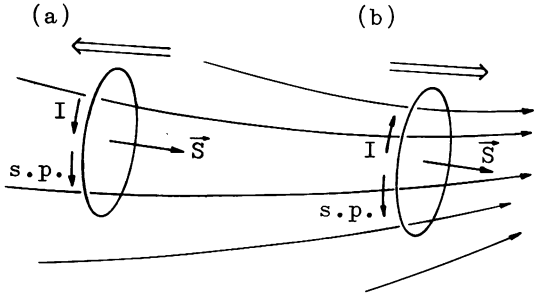
> La loi d'induction est encore valable lorsqu'on l'applique à une courbe en mouvement.

Lorsqu'il y a phénomène d'induction à proprement parler, les variations de flux d'induction à travers une courbe fermée ont pour origine les variations du champ d'induction. Lorsqu'on applique la loi d'induction à une courbe fermée en mouvement, les variations de flux sont dues au déplacement de la courbe.

Imaginons un observateur fixe dans un champ magnétique constant et un observateur lié à une spire en mouvement dans ce champ. Comme nous l'avons expliqué au paragraphe précédent, ils constatent des champs différents. Pour l'observateur fixe, le déplacement des charges est dû à la force de Lorentz. Pour

l'observateur mobile, il n'y a pas de force de Lorentz, car les particules chargées sont immobiles (ou presque). Par contre, il y a un champ électrique induit le long de la spire, un champ responsable du déplacement des charges. Et ce champ est tel qu'il y a une tension circulaire pouvant être calculée par la loi d'induction.

Montrons comment on utilise la loi d'induction dans le cas d'une courbe en mouvement. Considérons une spire qui se dirige vers une région où le champ magnétique est moins intense (a), puis vers une région où il est plus intense (b). Les déplacements sont indiqués par des doubles flèches. On représente par un vecteur $\vec{S}$ la surface délimitée par la spire. La règle du tire-bouchon fixe alors un sens de parcours sur la courbe. En (a), le flux est positif et décroît. Sa dérivée est négative. La tension induite est positive et le courant induit également. Le courant est donc dans le sens de parcours. En (b), le flux est positif et croît. Sa dérivée est positive. La tension induite est négative et le courant induit également. Le courant a donc le sens opposé au sens de parcours. Ces résultats peuvent être contrôlés par la règle de Lenz.



§ 162 Calcul de la tension induite à partir de la force de Lorentz

Considérons une spire métallique se déplaçant dans un champ d'induction constant auquel n'est superposé aucun champ électrique. Portons notre attention sur un petit tronçon de conducteur pratiquement rectiligne $\overrightarrow{\Delta L}$ animé d'une vitesse $\vec{v}$. Une particule de charge q appartenant à ce tronçon subit une force

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}.$$

Un observateur lié à cet élément de courbe constate la même force mais l'attribue à un champ électrique

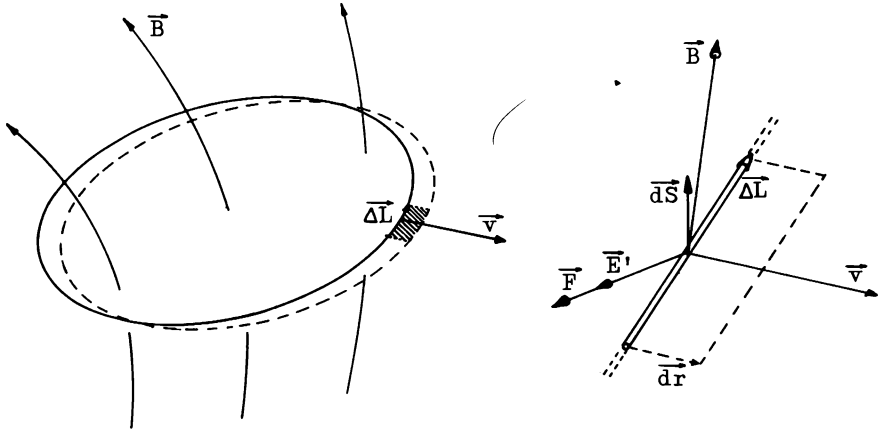
$$\vec{E'} = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{v} \wedge \vec{B}.$$

Pour l'observateur en mouvement, il y a le long du tronçon considéré, une tension

$$\Delta U' = \vec{E}'.\vec{\Delta L} = \vec{v} \wedge \vec{B}.\vec{\Delta L} = - \vec{B} \wedge \vec{v}.\vec{\Delta L} = - \vec{B}.\vec{v} \wedge \vec{\Delta L} =$$

$$= - \frac{\vec{B}.\vec{dr} \wedge \vec{\Delta L}}{dt} = - \frac{\vec{B}.\vec{dS}}{dt} = - \frac{d\varphi}{dt}.$$

Le calcul ci-dessus appelle quelques commentaires. On a utilisé la possibilité d'intervertir le point et la crosse dans un produit mixte. On s'est souvenu que la grandeur d'un produit vectoriel est égale à l'aire du parallélogramme construit avec les deux facteurs. On a veillé à ce que l'orientation du vecteur $\vec{dS}$ soit liée au sens de parcours de la spire par la règle du tire-bouchon. C'est d'ailleurs ce qui a introduit le signe - dans les expressions. $d\varphi$ représente l'accroissement du flux d'induction causé par le déplacement du tronçon $\vec{\Delta L}$ pendant l'intervalle de temps dt. Le calcul et le dessin se réfèrent à une portion du conducteur pour laquelle l'accroissement de flux est positif. On peut constater que $d\varphi$ est positif lorsque le déplacement du tronçon de courbe entraîne une augmentation du flux d'induction total, négatif dans le cas contraire. L'accroissement de flux d'induction causé, pendant



l'intervalle de temps dt, par le déplacement de la spire entière est donc la somme algébrique des $d\varphi$ relatifs aux différents tronçons constituant la spire.

$$d\phi = \sum d\varphi.$$

Calculons la tension circulaire constatée le long de la spire entière, par un observateur lié à elle. Cette tension est la somme des tensions $\Delta U'$.

$$U'_o = \sum \Delta U' = \sum - \frac{d\varphi}{dt} = - \frac{1}{dt} \sum d\varphi,$$

$$U'_o = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

§ 163 Discussion du résultat trouvé

Ce n'est que par abus de langage qu'on peut appeler loi d'induction la formule qui vient d'être établie. On trouve au premier membre la tension induite relative au champ électrique vu par l'observateur mobile et au second membre, le flux relatif au champ d'induction vu par l'observateur fixe. Il y a là une sorte de dualité qui fait penser que cette extension de la loi d'induction n'est au fond qu'une remarquable chance.

Pour l'observateur fixe, il n'y a pas de champ électrique, à moins que les charges déplacées par la force de Lorentz n'en créent un. Mais, de toutes manières, il n'y a pour lui ni champ électrique induit, ni tension circulaire différente de zéro.

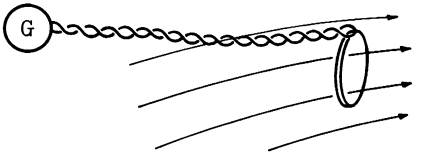
Considérons le cas d'une spire fermée. Tout s'interprète dans le cadre de l'observateur en mouvement avec la spire. Sous l'influence du champ électrique induit, un courant induit prend naissance. Il se calcule par la loi d'Ohm, en fonction de la résistance du conducteur et de la tension induite U'_o.

Examinons le cas d'une spire ouverte. Pour un observateur mobile, le champ électrique induit $\vec{E}'$ amène des charges aux extrémités du conducteur, jusqu'à ce que le champ résultant dans le conducteur soit nul. Il apparaît alors aux bornes de la spire une tension égale à la tension induite (comme au § 155). Pour l'observateur fixe, la force de Lorentz amène des charges aux extrémités du conducteur. Comme les deux observateurs voient les mêmes charges, ils constatent aussi, aux bornes de la spire, la même tension. En conséquence, l'observateur fixe voit apparaître aux bornes de la spire une tension égale à la tension induite U'_o.

D. APPLICATIONS

§ 164 Mesure d'un champ d'induction

A l'endroit où l'on veut mesurer l'intensité du champ d'induction, on place une petite bobine de manière que le plan des spires soit perpendiculaire au champ. On relie les extrémités de la bobine à un galvanomètre balistique par des fils enroulés l'un contre l'autre. Ainsi, le flux d'induction déterminé par le circuit complet est identique à celui qui est relatif à la bobine. Brusquement, on supprime le champ magnétique ou on retire la bobine hors du champ. La variation de flux d'induction provoque une tension et un courant dans le circuit, ce qui amène une déflexion du galvanomètre.



Soient B la valeur du champ à mesurer, N le nombre de spires de la bobine, S l'aire de l'une d'entre elles et R la résistance du circuit. Dans le calcul qui suit, nous travaillons avec les valeurs absolues des grandeurs physiques que nous rencontrons.

Calculons la charge ΔQ qui traverse le galvanomètre pendant un petit intervalle de temps Δt.

$$\Delta Q = I.\Delta t = \frac{1}{R}.U_o.\Delta t = \frac{1}{R}.\frac{\Delta\phi}{\Delta t}.\Delta t = \frac{1}{R}.\Delta\phi.$$

$\Delta\phi$ représente la variation de flux d'induction pendant l'intervalle Δt, et I la valeur du courant pendant ce temps.

Calculons maintenant la charge totale qui traverse l'instrument de mesure lorsqu'on supprime totalement le flux d'induction de la bobine.

$$Q = \sum \Delta Q = \sum \frac{1}{R}.\Delta\phi = \frac{1}{R} \sum \Delta\phi.$$

La dernière somme écrite représente la variation totale du flux d'induction. Celui-ci a pour valeur initiale NSB et pour valeur finale zéro. On a donc:

$$Q = \frac{1}{R} NSB.$$

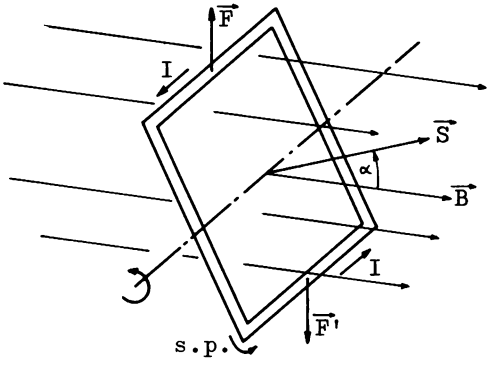
Ce résultat a ceci de remarquable que la charge qui traverse le galvanomètre balistique ne dépend pas de la rapidité avec laquelle on supprime le flux d'induction. Cela s'explique ainsi: si le flux d'induction diminue plus rapidement, la tension induite est plus élevée; le courant induit est aussi plus élevé, mais il dure moins longtemps, de sorte que la charge qui traverse l'instrument n'est pas modifiée.

La mesure de Q permet de déterminer la valeur de B, pour autant qu'on connaisse R, N et S.

§ 165 Principe de l'alternateur

On appelle alternateur une machine qui produit un courant alternatif.

Considérons une bobine plate tournant autour d'un axe dans un champ magnétique uniforme. La rotation entraîne une variation du flux d'induction à travers la bobine. Il apparaît donc le long de celle-ci une tension induite que l'on calcule par la loi d'induction.



Pendant un petit intervalle de temps Δt, la bobine tourne d'un angle $\Delta\alpha$. Par analogie avec les définitions faites en cinématique, nous appelons $\Delta\alpha/\Delta t$ la vitesse angulaire moyenne pendant l'intervalle considéré. La limite de ce quotient lorsque Δt tend vers zéro est la vitesse angulaire de l'objet en rotation. Elle se mesure en radians/s, mais comme un angle est une grandeur sans dimensions physiques, elle s'exprime en s^{-1}.

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt}.$$

Désignons par $\vec{B}$ le champ d'induction, par N le nombre de spires, par $\vec{S}$ l'aire de l'une d'elles, par α l'angle formé par $\vec{S}$ et $\vec{B}$. Supposons que la bobine ait une vitesse angulaire constante. α est alors une fonction linéaire du temps qu'il nous est loisible d'écrire

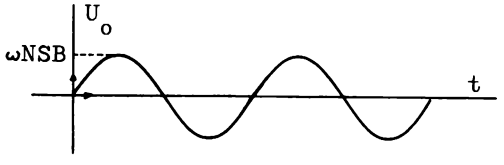
$$\alpha = \omega t.$$

Le flux d'induction à travers la bobine vaut

$$\phi = N\vec{S}.\vec{B} = NSB \cos\alpha = NSB \cos\omega t.$$

La tension induite est

$$U_o = - \frac{d\phi}{dt} = - NSB.(- \sin\omega t).\omega = \omega NSB \sin\omega t.$$



On obtient donc une tension sinusoïdale dans le temps. La valeur maximum ou amplitude de la tension est ωNSB. La tension induite est proportionnelle à ω. Elle est d'autant plus grande que la bobine tourne vite et que les variations de flux sont rapides.

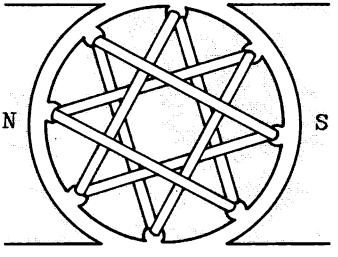
Mis à part un grand nombre de détails techniques, cette bobine tournante fournit le schéma de principe des générateurs de courant alternatif. La bobine est entraînée par un moteur quelconque: turbine à eau, machine à vapeur, moteur à explosion, etc. Les extrémités du fil sont reliées à des bagues fixées sur l'axe et constituant ce qu'on appelle le collecteur. Des balais fixes frottent sur le collecteur. Ce système permet de relier la partie mobile du circuit avec la partie d'utilisation, qui est fixe.

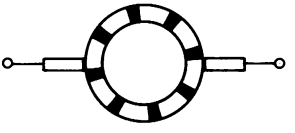
Si le circuit est fermé, un courant circule dans la bobine. Il est déterminé par la loi d'Ohm: $I = U_o/R$. I a le même signe que U_o. Le courant va donc dans le sens de parcours si U_o est positif (c'est le cas dans la situation du dessin), dans le sens opposé si U_o est négatif. Sur ce courant, s'exerce une force de Laplace. Or, on peut constater que celle-ci est toujours dirigée de manière à freiner le mouvement de la bobine. Ce fait est en accord avec le principe de la conservation de l'énergie. Si la dynamo est en circuit ouvert, une tension apparaît à ses bornes, mais elle ne débite pas de courant et, par conséquent, la puissance électrique qu'elle fournit est nulle. La puissance mécanique qu'elle consomme doit être nulle aussi, dans la mesure où l'on peut négliger les frottements. Par contre, si la dynamo débite un courant, elle fournit de l'énergie électrique. Ce courant entraîne un freinage de la bobine. Si l'on veut maintenir son mouvement, on doit exercer sur elle un couple qui compense le freinage. On fournit ainsi de l'énergie mécanique à la dynamo.

Au lieu de faire tourner une bobine dans un champ magnétique fixe, on peut aussi faire tourner un aimant ou un électro-aimant devant des bobines fixes. Si le champ magnétique a une forme convenable, la tension induite dans les bobines est sinusoïdale. Dans la pratique, c'est généralement ainsi que sont construits les alternateurs.

§ 166 Principe du générateur à courant continu

Le principe de la production d'une tension continue n'est pas différent de celui d'une tension alternative. Il suffit de modifier sur deux points le dispositif étudié au paragraphe précédent. Au lieu d'une seule bobine, on en prend plusieurs. Et le collecteur n'est plus formé de deux bagues, mais d'un cylindre sur la surface duquel sont disposées des lamelles métalliques.





Les bobines sont reliées aux lamelles du collecteur et, de ce fait, reliées entre elles. Les tensions induites dans les différentes bobines s'ajoutent. En donnant une bonne forme au champ magnétique et en réalisant judicieusement les connexions, on parvient à obtenir entre les balais une tension constante.

La partie mobile est appelée rotor. Elle est constituée d'un cylindre de fer dans lequel on a creusé des encoches. C'est dans celles-ci que les bobines sont placées. Le cylindre lui-même est formé d'une pile de disques de tôle de fer, isolés les uns des autres pour éviter les courants de Foucault. La partie fixe ou stator est un électro-aimant alimenté par la dynamo elle-même. Avant la mise en marche de la machine, l'électro-aimant ne fonctionne pas. Mais l'aimantation qui subsiste dans le fer suffit à amorcer la dynamo.

§ 167 Principe du moteur à courant continu

Si on relie à une source de courant la dynamo du paragraphe précédent, les fils du bobinage subissent une force de Laplace

qui fait tourner le rotor. La même machine peut donc être utilisée comme dynamo ou comme moteur.

Relions un moteur à une source de courant et empêchons-le de tourner. Le bobinage joue alors le rôle d'une simple résistance. Et comme la valeur de cette résistance est faible, c'est un très fort courant qui la traverse. Laissons maintenant tourner le moteur. Il se produit un phénomène d'induction dans le bobinage. Or, on peut vérifier que le champ électrique induit dans les fils s'oppose au passage du courant. Et effectivement, on voit le courant diminuer au fur et à mesure que la vitesse du moteur augmente. Si le moteur est très chargé, il ne tourne pas très vite et le courant qui le traverse est grand. Si le moteur tourne à vide, sa vitesse augmente jusqu'à ce que le champ électrique induit annule le courant. (Ceci ne se réaliserait parfaitement que si on pouvait supprimer tout frottement.) Si, par un moyen quelconque on oblige le moteur à tourner plus vite qu'à son régime à vide, le champ électrique induit fait circuler un courant dans le sens opposé. Le moteur fonctionne alors comme dynamo.

Le lecteur fera bien de revoir le paragraphe 105. Là, au moyen d'une théorie qui n'entre pas dans les détails, nous avons étudié le moteur au point de vue des transformations d'énergie. Il va de soi que la notion de tension contre-électromotrice introduite alors est en relation avec les effets d'induction qui ont lieu dans le bobinage.

§ 168 Freinage d'un galvanomètre

Lorsqu'on écarte un galvanomètre de sa position d'équilibre puis qu'on laisse son circuit ouvert, il effectue une suite d'oscillations qui s'amortissent petit à petit. Les variations de flux d'induction à travers la bobine produisent une tension induite, qui n'a pas de conséquences particulières. Mais, si on ferme le circuit du galvanomètre, il y a un courant induit et, sur ce courant, une force de freinage, exactement comme au paragraphe 165. Si la résistance du circuit est faible, le courant induit et la force de Laplace sont grands. Le galvanomètre est alors presque bloqué.

On peut fermer le circuit du galvanomètre sur une résistance extérieure judicieusement choisie, de manière que l'instrument revienne le plus vite possible à sa position d'équilibre, sans toutefois effectuer d'oscillations autour de cette position.

Chapitre 22

CIRCUITS A COURANTS VARIABLES

A. EQUATIONS DIFFERENTIELLES

§ 169 Généralités

On ne trouvera pas ici un cours de mathématiques. Nous examinerons brièvement quelques types d'équations différentielles qui se rencontrent en physique et nous bornerons à énoncer des résultats. Nous indiquerons une méthode qui permet de traiter les problèmes de physique faisant intervenir des équations différentielles simples.

Une équation différentielle est une relation entre une fonction et ses dérivées. Résoudre l'équation, c'est trouver l'ensemble des fonctions qui satisfont à l'équation.

Soit, par exemple, l'équation $y'' = - y$. La résoudre, c'est trouver les fonctions $y(x)$ qui sont, au signe près, identiques à leur seconde dérivée. Nous connaissons $y = \sin x$ et $y = \cos x$. Voilà donc déjà deux solutions de l'équation différentielle. En outre, on vérifie immédiatement que $y = A \sin x$ et $y = B \cos x$, où A et B sont des constantes arbitraires, sont également des solutions. Et on peut en dire autant de la fonction $y = A \sin x + B \cos x$. On peut montrer que toutes les solutions peuvent être obtenues à partir de la dernière solution indiquée, pourvu qu'on donne à A et à B des valeurs convenables. Cette solution est donc la solution générale, les autres sont des solutions particulières.

L'ordre d'une équation différentielle est le plus élevé parmi les ordres des dérivées qu'elle contient. On peut démontrer que la solution générale d'une équation du 1er ordre contient une constante arbitraire, que celle d'une équation du 2ème ordre en contient deux, et ainsi de suite.

Les équations différentielles ont une grande importance en physique, parce que la plupart des lois fondamentales s'expriment avec de telles équations. Elles interviennent chaque fois que l'on étudie l'évolution d'un système au cours du

temps, parce qu'en pareil cas, l'inconnue est une fonction du temps, qu'il s'agisse du courant dans un circuit I(t), de la position d'un mobile $\vec{r}(t)$, de la température d'un objet T(t), ou d'autre chose.

§ 170 Quelques exemples

Le problème fondamental est celui-ci: étant donnée une équation différentielle, trouver sa solution générale. Il s'y ajoute souvent la question suivante: parmi toutes les solutions possibles, quelle est la solution particulière qui doit être choisie ?

Les deux premiers exemples fournissent une méthode applicable à certains cas simples. Les trois exemples suivants fournissent les solutions de quelques équations typiques. Le lecteur pourra faire les vérifications.

1. L'équation ne contient que y'

On résout l'équation par rapport à y', on cherche une primitive, puis on ajoute une constante.

Exemple: $y' + 4x = 0, \quad y' = -4x, \quad y = -2x^2 + A.$

2. L'équation ne contient que y"

On répète deux fois les opérations indiquées ci-dessus.

Exemple: $y'' + \sin 2x = 1, \quad y'' = 1 - \sin 2x,$

$$y' = x + \tfrac{1}{2}\cos 2x + A, \quad y = \tfrac{1}{2}x^2 + \tfrac{1}{4}\sin 2x + Ax + B.$$

3. L'équation exprime la proportionnalité entre la fonction et sa dérivée

$$y' = ky \quad \text{où} \quad k = \text{constante}.$$

La solution générale est une exponentielle de la forme

$$y = Ae^{kx}.$$

4. L'équation est une relation linéaire entre la fonction et sa dérivée

$$y' = ky + h \quad \text{où } k, h = \text{constantes}.$$

La solution générale est une exponentielle de la forme précédente, à laquelle s'ajoute une constante.

$$y = Ae^{kx} - \frac{h}{k}.$$

5. L'équation exprime la proportionnalité avec un coefficient négatif entre la fonction et sa seconde dérivée

Pour que le coefficient soit négatif, nous l'écrivons $-k^2$, où k est une constante.

$$y'' = -k^2 y.$$

La solution générale est

$$y = A \sin kx + B \cos kx.$$

§ 171 L'essai d'une solution

Nous allons indiquer une méthode qui permet de résoudre une équation différentielle lorsqu'on connaît approximativement la forme de la solution. Au lieu de faire des considérations générales, nous exposerons la méthode en l'appliquant à deux exemples.

1er exemple: $my' + ny + p = 0$ où m, n, p = constantes.

Il s'agit d'une relation linéaire. On se souvient que, dans ce cas, la solution est une exponentielle. Supposons qu'on ne sache rien de plus. On écrit une fonction exponentielle en y introduisant autant de paramètre qu'il est nécessaire et on essaye cette solution. Essayons la fonction:

$$y = ae^{bx} + c \quad \text{dont la dérivée est} \quad y' = abe^{bx}.$$

a, b et c sont des paramètres à déterminer. Introduisons cette fonction et sa dérivée dans l'équation différentielle donnée.

$$mabe^{bx} + nae^{bx} + nc + p = 0.$$

Il s'agit maintenant de trouver la valeur que doivent prendre les paramètres a, b et c pour que l'égalité ci-dessus soit une identité. Il faut que les termes constants s'annulent l'un l'autre et que les termes contenant les exponentielles fassent de même. On a donc:

$$mb = -n \quad \text{et} \quad nc = -p \quad \text{d'où:}$$

$$b = -\frac{n}{m} \quad \text{et} \quad c = -\frac{p}{n}.$$

Le paramètre a n'a pas pu être déterminé. b et c doivent prendre des valeurs bien précises pour que l'équation soit vérifiée, mais il n'en est pas de même de a qui peut avoir une valeur quelconque. a joue donc le rôle de la constante arbitrai-

re que l'on trouve dans la solution générale d'une équation différentielle de premier ordre. Désignons-la par A pour nous conformer aux notations du paragraphe précédent. La solution générale cherchée est donc:

$$y = Ae^{-\frac{n}{m}x} - \frac{p}{n}.$$

2ème exemple: $py'' = -qy$ où p, q = constantes positives.

C'est une relation de proportionnalité entre une fonction et sa seconde dérivée, le coefficient étant négatif. Nous nous souvenons que la solution est une somme de sinus et de cosinus. Essayons la fonction

$$y = a \sin cx + b \cos cx.$$

Ses deux premières dérivées sont:

$$y' = ac \cos cx - bc \sin cx,$$

$$y'' = -ac^2 \sin cx - bc^2 \cos cx.$$

Introduisons y et y" dans l'équation donnée et trouvons les valeurs que doivent avoir les paramètres a, b et c pour qu'elle soit une identité.

$$-pac^2 \sin cx - pbc^2 \cos cx = -qa \sin cx - qb \cos cx.$$

Identifions les coefficients.

$$-pac^2 = -qa \qquad -pbc^2 = -qb.$$

On en tire: $pc^2 = q$ d'où $c = \sqrt{\frac{q}{p}}$.

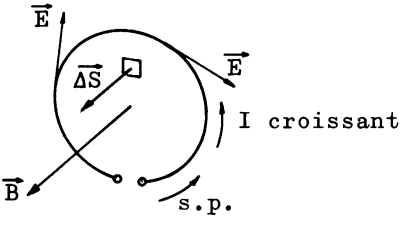
Les constantes a et b restent indéterminées. Ce sont les deux constantes qui doivent figurer dans la solution générale d'une équation du second ordre. Ecrivons-les A et B. La solution est donc:

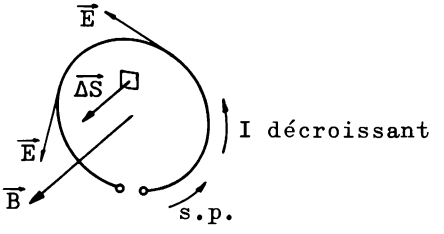
$$y = A \sin \sqrt{\frac{q}{p}}\, x + B \cos \sqrt{\frac{q}{p}}\, x.$$

B. SELF-INDUCTION

§ 172 Introduction

Considérons un courant dans un circuit quelconque. Ce courant crée un champ magnétique. Si le courant varie, le champ magnétique varie aussi. Or, les variations de champ magnétique créent un champ électrique. On peut se demander quels sont les effets de ce champ électrique sur le courant donné. C'est ce que nous allons étudier. Comme il s'agit d'un effet d'induction provoqué par un circuit sur lui-même, on parle de self-induction ou d'auto-induction.





Examinons le cas d'un conducteur circulaire. Presque tous les autres cas peuvent s'en déduire immédiatement, soit par déformation si on a une spire non circulaire, soit par juxtaposition si on a une bobine. Appliquons la loi d'induction à la courbe fermée constituée par le circuit. Choisissons le sens de parcours identique au sens du courant. Ainsi, les vecteurs $\vec{B}$ et $\vec{\Delta S}$ sont de même sens, ce qui rend le flux d'induction positif. On a:

$$U_o = - \frac{d\phi}{dt}.$$

Lorsque le courant croît, le champ d'induction et son flux croissent, la dérivée du flux est positive et la tension induite le long de la spire est négative. Le sens du champ électrique induit est donc opposé au sens de parcours et, par conséquent, au courant. Ce champ a donc tendance à faire diminuer le courant. En résumé, lorsque le courant croît, il y a un effet d'induction qui s'oppose à cette croissance. D'une manière analogue, lorsque le courant décroît, la dérivée du flux d'induction est négative, la tension induite est positive, le champ électrique induit tend à maintenir le courant, donc à s'opposer à sa décroissance.

Le phénomène de self-induction est donc un effet d'inertie dans un circuit. Il s'oppose à toute variation du courant.

Comme nous le verrons, il ne parvient jamais à empêcher les variations de courant, mais il les freine toujours. Cet effet est plus ou moins marqué suivant les circuits.

§ 173 Forme particulière de la loi d'induction

Il résulte de la loi d'Ampère que le champ d'induction créé par des courants est proportionnel à ces courants. En effet, considérons un ensemble de courants, puis remplaçons-les par des courants k fois plus grands. A travers toute courbe fermée qu'on puisse imaginer, le courant est k fois plus grand. On peut en dire autant de la circulation du champ d'induction. Cela ne peut se réaliser que si, en chaque point, le champ d'induction est k fois plus intense.

D'autre part, le flux d'induction à travers une courbe quelconque est proportionnel au champ d'induction. La démonstration est immédiate.

Appliquons les deux résultats ci-dessus à un circuit quelconque, en considérant le flux d'induction à travers la courbe constituant le circuit. Le flux est proportionnel au champ, qui est lui-même proportionnel au courant. Le flux est donc proportionnel au courant. En désignant par L la constante de proportionnalité, on peut écrire:

$$\Phi = LI.$$

Conformément à la convention faite au paragraphe 159, comptons le courant positivement quand il est dans le sens de parcours. Le sens des vecteurs $\overrightarrow{\Delta S}$ se déduisant du sens de parcours par une règle identique à celle qui fournit le champ d'induction à partir du courant, il est clair qu'à un courant positif correspond un flux positif, et inversement. L est donc un coefficient positif. Dérivons par rapport au temps les deux membres de l'équation ci-dessus et utilisons la loi d'induction pour éliminer la dérivée du flux. Nous obtenons:

$$\boxed{U_o = - L \frac{dI}{dt}.}$$

L est appelé coefficient de self-induction. Chaque circuit possède son propre coefficient. Si L est grand, la tension induite et par conséquent le champ électrique induit sont grands. Le coefficient de self-induction exprime donc quantitativement l'aptitude d'un circuit à produire un effet de self-induction. Il se mesure en Vs/A, unité qui porte le nom de henry.

La relation encadrée remplace la loi d'induction dans tous les cas où la tension induite dans un circuit ne provient que des variations de courant dans ce circuit.

Lorsqu'un circuit contient une bobine, le flux d'induction à travers le circuit entier est imputable presque exclusivement à la bobine. Il en résulte que le coefficient de self-induction du circuit complet peut être confondu avec celui de la bobine. Lorsqu'un circuit ne contient pas de bobine, son coefficient de self-induction est très faible et on peut souvent le négliger.

Le coefficient de self-induction joue en électricité le même rôle que la masse en mécanique. La self-induction d'un circuit s'oppose à toute variation du courant qui le parcourt, comme la masse d'un corps s'oppose à toute variation de sa vitesse.

§ 174 Coefficient de self-induction d'un solénoïde

Désignons par ℓ la longueur de la bobine, par N le nombre de spires et par S l'aire de l'une d'elles. Le champ d'induction B à l'intérieur du solénoïde a été calculé au paragraphe 145. Comme il est uniforme et perpendiculaire au plan des spires, le flux d'induction vaut

$$\Phi = NSB = NS\mu_0 \frac{NI}{\ell} = \mu_0 N^2 \frac{S}{\ell} I.$$

Le coefficient de self-induction d'un solénoïde est donc:

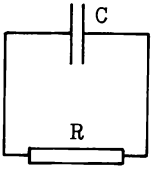
$$L = \mu_0 N^2 \frac{S}{\ell}.$$

Si on introduit dans la bobine un noyau de fer, le champ d'induction est énormément renforcé. Le flux d'induction et le coefficient de self-induction augmentent dans la même proportion.

C. EXEMPLE DE CIRCUITS

§ 175 Décharge d'un condensateur

Soit un condensateur de capacité C portant une charge Q_1. Relions ses armatures au moyen d'un conducteur de résistance R. La charge du condensateur va rapidement s'annuler. Recherchons de quelle manière elle décroît.



Le coefficient de self-induction du circuit est négligeable. Bien qu'il s'agisse d'un circuit à courant variable, aucun phénomène d'induction n'intervient. On peut donc considérer les tensions circulaires comme nulles et les tensions comme indépendantes des chemins. Lorsque le condensateur possède une charge Q, il a entre ses armatures une tension U déterminée par la relation $Q = CU$. Cette même tension se retrouve le long du conducteur et y produit un courant qu'on calcule par la loi d'Ohm: $U = RI$. Dès que le courant circule, la charge du condensateur diminue. En conséquence, la tension et le courant diminuent aussi. On voit donc que la décharge s'opère d'abord rapidement, puis de plus en plus lentement. Pendant un petit intervalle de temps dt, le conducteur transporte une charge Idt. Cette charge étant prise au condensateur, celui-ci subit un accroissement de charge dQ, négatif: $dQ = - Idt$. En éliminant U et I entre les trois équations

$$Q = CU, \qquad U = RI, \qquad I = - \frac{dQ}{dt},$$

on trouve:

$$Q = - RC \frac{dQ}{dt}.$$

C'est une équation différentielle. Elle exprime la proportionnalité entre la charge et sa dérivée par rapport au temps. Nous avons vu que la solution d'une telle équation est une fonction exponentielle. En utilisant la méthode indiquée au paragraphe 171, on trouve comme solution générale:

$$Q = Ae^{- \frac{t}{RC}}.$$

Il reste à déterminer la valeur que doit prendre la constante A pour que la fonction $Q(t)$ corresponde exactement au problème que nous nous sommes posé. Choisissons l'origine du temps au début de la décharge. A ce moment, la charge valait Q_1. On peut donc écrire la condition:

$$\text{en } t = 0, \quad Q = Q_1.$$

C'est la condition initiale du problème. En introduisant ces valeurs dans la solution générale, on trouve:

$$Q_1 = Ae^0 \qquad \text{d'où} \qquad A = Q_1.$$

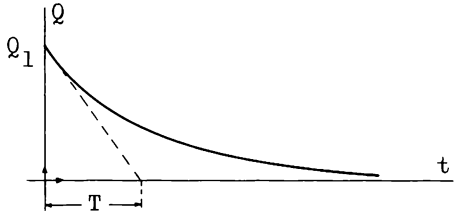
La condition initiale permet donc de déterminer A. La fonction cherchée est:

$$Q = Q_1 e^{-\frac{t}{RC}}.$$

On vérifie immédiatement que RC a la dimension d'un temps. Le temps RC est caractéristique de la décharge. Il se nomme constante de temps du circuit et se désigne par T. On peut donc écrire:

$$Q = Q_1 e^{-\frac{t}{T}} \qquad \text{où} \qquad T = RC.$$

Rappelons une propriété du graphe de la fonction exponentielle: la sous-tangente est constante. On vérifie sans peine que, dans notre problème, la constante de temps se confond avec la sous-tangente.



Il est intéressant de calculer quelle fraction de la charge initiale il reste dans le condensateur après une, deux, trois, ... fois la constante de temps. Le tableau suivant donne les valeurs arrondies au millième.

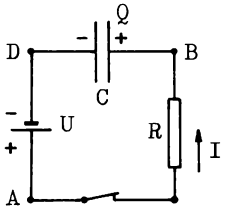
t	T	2T	3T	4T	5T	6T	7T
$e^{-\frac{t}{T}}$	0,368	0,135	0,050	0,018	0,007	0,002	0,001

Après un temps égal à cinq ou dix fois la constante de temps, le condensateur peut être considéré comme déchargé. Dans les

circuits ordinaires, T est très petit, de sorte que la décharge est pratiquement instantanée. Si l'on veut vérifier expérimentalement la décroissance exponentielle de la charge, il faut prendre un condensateur de grande capacité et un conducteur de grande résistance.

§ 176 Charge d'un condensateur

Relions les armatures d'un condensateur de capacité C, déchargé, à une batterie de tension électromotrice U. Soit R la résistance totale du circuit, y compris la résistance interne de la source. Cherchons comment la charge du condensateur croît au cours du temps.



Comme dans le problème précédent, le coefficient de self-induction du circuit est négligeable. La tension circulaire le long de celui-ci est donc nulle.

$$U_{AB} + U_{BD} + U_{DA} = 0.$$

La première des trois tensions figurant dans cette équation est comptée le long d'une résistance R, dans le sens du courant. Elle est positive et est en relation avec le courant par la loi d'Ohm. La seconde tension est mesurée entre l'armature positive et l'armature négative du condensateur. Elle est donc positive et en relation avec la charge du condensateur par la relation $Q = CU$. La troisième tension est prise entre la borne négative et la borne positive de la source. Elle est donc négative et égale, au signe près, à la tension électromotrice. L'équation ci-dessus prend donc la forme:

$$RI + \frac{Q}{C} - U = 0.$$

Pendant un petit intervalle de temps dt, le conducteur transporte une charge Idt, qui cause un accroissement dQ positif de la charge du condensateur: $dQ = Idt$. On obtient alors l'équation différentielle:

$$R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = U.$$

La forme approximative de la courbe de charge peut être prévue sans qu'on connaisse la solution de l'équation différentielle. Nous avons deux termes variables dont la somme est constante. Au début, lorsque la charge est encore petite, le second terme est petit. Le premier doit être grand. L'augmen-

tation de charge est rapide. Au bout d'un moment, le second terme a grandi. Le premier a diminué. La charge augmente plus lentement. Finalement, le second terme est devenu assez grand pour que le premier soit nul. La charge est alors constante. Le système a atteint son état d'équilibre.

En utilisant la méthode du paragraphe 171, nous sommes en mesure de trouver la solution générale de l'équation différentielle. C'est:

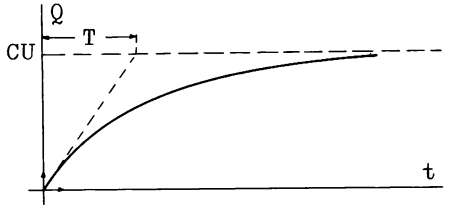
$$Q = Ae^{-\frac{t}{RC}} + CU.$$

La solution ressemble beaucoup à celle du paragraphe précédent. Désignons encore RC par T, que nous appelons constante de temps. Pour trouver la solution particulière qui correspond au problème posé, il faut déterminer la constante A. On y parvient en introduisant la condition initiale:

$$\text{en } t = 0, \quad Q = 0.$$

On a alors: $0 = Ae^{0} + CU$ et $A = -CU$.

La fonction cherchée est donc:

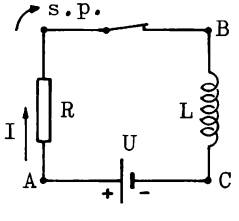


$$Q = CU(1 - e^{-\frac{t}{T}}),$$

où $T = RC$.

Après un temps égal à quelques fois la constante de temps, on peut considérer la charge comme terminée et l'état d'équilibre atteint. Ce temps est souvent très petit.

§ 177 Enclenchement du courant dans une bobine



Relions une bobine à une batterie. Le courant ne peut s'établir instantanément à cause du phénomène de self-induction. Cherchons comment il croît en fonction du temps.

Désignons par L le coefficient de self-induction de la bobine et par U la ten-

sion électromotrice de la batterie. Groupons la résistance interne de la source, la résistance du fil constituant la bobine et celle des fils de connexion. Appelons R la résistance totale. Considérons la courbe constituée par le circuit, choisissons-y un sens de parcours et appliquons la loi d'induction sous sa forme particulière. Le coefficient de self-induction du circuit se confondant avec celui de la boboine, nous pouvons écrire:

$$U_o = - L \frac{dI}{dt} \qquad \text{ou} \qquad U_{AB} + U_{BC} + U_{CA} = - L \frac{dI}{dt}.$$

Le premier terme de la somme est positif, puisque la tension est comptée dans le sens du courant. Il vaut RI. Le deuxième terme représente la tension le long du fil de la bobine. D'après la loi d'Ohm, il est égal au produit de la résistance du fil par le courant qui y circule. Comme cette résistance est comptée à part, la bobine doit être considérée comme un conducteur parfait. Le deuxième terme est donc nul. Le troisième terme est l'opposé de la tension électromotrice. Ainsi, la loi d'induction prend la forme:

$$RI - U = - L \frac{dI}{dt} \qquad \text{ou}$$

$$RI + L \frac{dI}{dt} = U.$$

On peut résoudre cette équation différentielle en essayant une solution de forme exponentielle. Si on se contente de connaître l'allure approximative de la solution, on peut remarquer que l'équation contient deux termes dont la somme est constante. Au moment où l'on ferme le circuit, le premier terme est nul. C'est à ce moment que le second prend sa plus grande valeur, et que la croissance du courant est la plus rapide. Au fur et à mesure que le courant croît, le second terme diminue; le courant croît de plus en plus lentement. Finalement, le second terme est nul, tandis que le premier est à son maximum. Le courant ne croît plus, il a atteint sa valeur maximum.

L'équation différentielle ci-dessus a pour solution générale

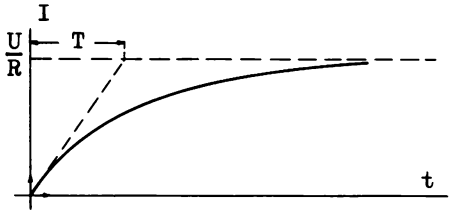
$$I = Ae^{-\frac{R}{L}t} + \frac{U}{R}.$$

Pour trouver la solution particulière qui correspond au problème que nous traitons, il faut déterminer la constante A. On y parvient en posant la condition initiale

$$\text{en } t = 0, \quad I = 0.$$

On en déduit: $$A = -\frac{U}{R}.$$

On peut vérifier sans peine que le quotient L/R est un temps. On le nomme constante de temps du circuit. L'enclenchement du courant dans une bobine s'effectue donc suivant la fonction



$$I = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

où $$T = \frac{L}{R}.$$

T est proportionnel à L. Le courant s'établit donc d'autant plus lentement que l'effet de self-induction est grand. La constante de temps du circuit d'un gros électro-aimant est fréquemment de l'ordre de la seconde. L'enclenchement du courant ne peut donc y être considéré comme instantané.

§ 178 Déclenchement du courant dans une bobine

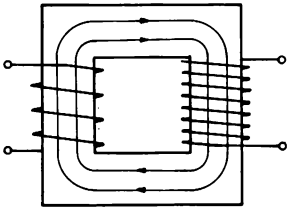
Lorsqu'on ouvre un circuit comprenant une bobine, le courant ne peut cesser instantanément, à cause du phénomène de self-induction. La brusque variation de courant provoque dans le circuit une forte tension induite. Cela se manifeste par un arc électrique à l'endroit où le circuit a été coupé. Ces arcs de rupture peuvent être très dangereux pour l'homme. En outre, ils endommagent les pièces entre lesquelles ils jaillissent, à moins que l'on ne prenne des précautions.

D. INDUCTION MUTUELLE

§ 179 Introduction

On parle d'induction mutuelle lorsque les variations de courant dans un circuit provoquent un effet d'induction dans un circuit voisin. Nous ne ferons pas de théorie générale de l'induction mutuelle. Nous nous contenterons d'examiner deux exemples importants.

§ 180 Transformateur



Sur un noyau de fer formant un circuit fermé sont enroulées deux bobines. L'une, qu'on nomme enroulement primaire, est reliée à une source de courant alternatif. Un champ magnétique alternatif prend naissance dans le noyau. Ses lignes épousent la forme du fer, de sorte qu'il est transporté dans l'autre bobine, qu'on appelle enroulement secondaire. Ce champ magnétique variable engendre un champ électrique tourbillonnaire dont les lignes sont approximativement des cercles disposés comme les spires des enroulements (§ 151). Dans la bobine primaire, ce champ électrique est continuellement opposé aux variations de courant (phénomène de self-induction), de sorte que le courant est beaucoup plus faible que si on avait une source de courant continu. Dans l'enroulement secondaire, le champ électrique tourbillonnaire détermine une tension induite d'autant plus élevée que le nombre de spires est grand. Dans le noyau, le champ électrique induit est disposé de manière à engendrer des courants de Foucault. Comme ceux-ci entraînent une dissipation d'énergie sous forme de chaleur, on les empêche de naître en prenant un noyau feuilleté, c'est-à-dire formé de tôles de fer isolées les unes des autres par du papier.

Si le noyau est bien construit, les lignes du champ magnétique sont pratiquement toutes à l'intérieur du fer et n'en sortent pas. Le flux d'induction est alors le même à travers toute section du noyau. Désignons-le par φ et par N_1 et N_2 les nombres de spires des deux enroulements. Les flux d'induction qui les traversent et les tensions induites qui y apparaissent valent

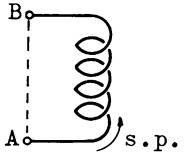
$$\Phi_1 = N_1\varphi, \qquad \Phi_2 = N_2\varphi,$$

$$U_{01} = -N_1\frac{d\varphi}{dt}, \qquad U_{02} = -N_2\frac{d\varphi}{dt}.$$

On en déduit:

$$\frac{U_{01}}{U_{02}} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Qu'en est-il des tensions aux bornes des enroulements ? Pour le savoir, voyons comment se décompose la tension circulaire sur le chemin formé par l'une des bobines et le segment qui joint ses bornes.



$$U_o = U_{BA}(\text{direct}) + U_{AB}(\text{fil}).$$

Le premier terme est, par définition, l'opposé de la tension aux bornes. Le second terme est en relation avec le courant par la loi d'Ohm. Si le fil n'a pas une grande résistance et si le courant est faible, le second terme est négligeable. La tension induite est alors égale - en valeur absolue - à la tension aux bornes. Et la proportion ci-dessus s'écrit:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Cette relation se traduit par l'énoncé suivant: Dans les conditions normales d'utilisation, les tensions aux bornes des enroulements d'un transformateur sont proportionnelles aux nombres de spires.

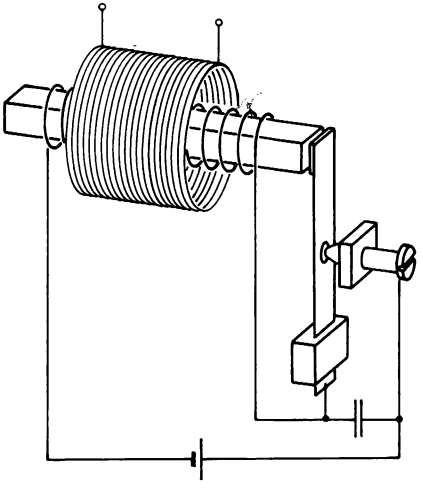
Le rapport des nombres de spires est appelé rapport de transformation. Lorsqu'un transformateur a pour fonction d'élever une tension, le secondaire contient plus de spires que le primaire. Et inversement.

Remarquons que le transformateur ne s'explique pas seulement par une self-induction dans le primaire et une induction mutuelle du primaire sur le secondaire. Si le secondaire est le siège d'un courant, il s'y produit une self-induction et il y a une induction mutuelle du secondaire sur le primaire. Le courant secondaire, quand il existe, réagit donc sur le circuit primaire. Il résulte de cela que l'étude complète d'un transformateur n'est pas simple.

§ 181 Bobine d'induction

Cet appareil, nommé aussi bobine de Rühmkorff, est constitué comme suit. Une bobine, dite primaire, composée de gros fil, est enroulée sur un noyau de fer feuilleté. Elle est alimentée par une source de courant continu. Le champ magnétique produit attire une pièce de fer fixée à l'extrémité d'une lame de ressort. Cette lame s'appuie sur une vis réglable, in-

terposée dans le circuit primaire. Le déplacement de la lame provoque l'interruption du courant et la suppression du champ magnétique. La lame revient alors dans sa position initiale et le cycle recommence. Ce dispositif est utilisé dans les sonneries électriques; un petit marteau est fixé à la lame vibrante et frappe une cloche. Autour de la bobine primaire, se trouve un enroulement dit secondaire, fait d'un très grand nombre de spires de fil très fin. Le dispositif de sonnerie provoque des variations brusques du champ d'induction. Ces dernières créent un champ électrique induit dont les lignes suivent à peu près les spires du bobinage secondaire. Il apparaît dans celui-ci une tension induite qui peut être très considérable. Si le circuit secondaire est ouvert, il apparaît à ses bornes une tension égale à la tension induite, comme cela a été expliqué au paragraphe 155. Les bobines d'induction produisent facilement des étincelles de plusieurs centimètres.



Pour interrompre et enclencher le courant, on utilise souvent d'autres dispositifs que celui que nous avons décrit.

L'arc électrique qui jaillit à l'interrupteur étant conducteur, le courant ne s'interrompt pas aussi brusquement qu'on pourrait le souhaiter. On améliore le système en plaçant un condensateur en parallèle avec l'interrupteur. Au moment où le circuit s'ouvre, le courant charge le condensateur, grâce au phénomène de self-induction. La bobine et le condensateur constituent un circuit oscillant. Si la fréquence de l'oscillation est grande, les variations de champ magnétique sont très rapides et la tension induite au bobinage secondaire est très élevée. Nous ferons plus tard l'étude du circuit oscillant.

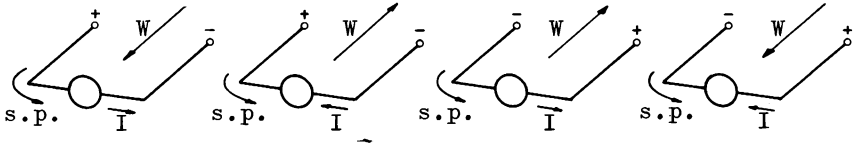
Chapitre 23

ENERGIE DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE

§ 182 Puissance consommée par un appareil

Ce sujet a déjà été traité au paragraphe 103. Nous y avons vu que la puissance consommée ou fournie par un instrument quelconque est égale au produit de sa tension aux bornes par le courant qui le traverse. Nous avons exprimé cela par la formule P = UI dans laquelle les trois symboles sont des grandeurs positives.

Nous allons maintenant exprimer la puissance en fonction de la tension aux bornes et du courant à l'aide de grandeurs pouvant être positives ou négatives. Cela nous sera particulièrement utile lors de l'étude des courants alternatifs. Considérons un bipôle relié à une ligne d'alimentation. Commençons par choisir un sens de parcours. Selon les conventions du paragraphe 159, la tension aux bornes U_b se mesure entre l'origine et l'extrémité du bipôle et le courant I se compte positivement quand il est dans le sens de parcours. Examinons les signes que prennent U_b, I et leur produit dans les différents cas qui peuvent se présenter.



\+ = +.+ − = +.− − = −.+ + = −.−

Nous avons vu au paragraphe 103 que l'appareil reçoit de l'énergie si le courant entre par la borne positive et, dans le cas contraire, qu'il en fournit. Les schémas ci-dessus montrent que si l'appareil reçoît de l'énergie, le produit $U_b I$ est positif et que si l'appareil fournit de l'énergie, ce produit est négatif. On peut dire que la relation

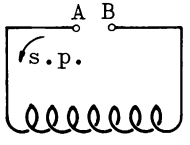
$$P = U_b I$$

donne toujours la puissance consommée par l'appareil, en convenant qu'une puissance consommée négative est une puissance fournie.

> La puissance consommée par un appareil est égale au produit de sa tension aux bornes par le courant qui le traverse.

§ 183 Energie d'une bobine parcourue par un courant

Considérons une bobine dans laquelle le courant s'établit. La croissance du courant n'est pas instantanée, à cause du phénomène de self-induction. Nous avons étudié, au paragraphe 177, la manière selon laquelle il augmente et s'approche de sa valeur limite. Nous allons maintenant calculer l'énergie reçue par la bobine lorsque le courant s'y établit.



Déterminons d'abord la tension aux bornes. Appliquons au circuit la loi d'induction, sous sa forme particulière:

$$U_o = - L \frac{dI}{dt} \qquad \text{ou} \qquad U_{AB}(\text{fil}) + U_{BA}(\text{direct}) = - L \frac{dI}{dt}.$$

Le premier terme est la tension le long du conducteur. Elle est liée au courant et à la résistance du fil par la loi d'Ohm. Le second terme est l'opposé de la tension aux bornes, puisque celle-ci doit être comptée entre l'origine et l'extrémité du bipôle par le chemin le plus court. L'équation s'écrit donc:

$$RI - U_b = - L \frac{dI}{dt} \qquad \text{ou} \qquad U_b = RI + L \frac{dI}{dt}.$$

Utilisons maintenant le résultat du paragraphe précédent pour calculer la puissance reçue par la bobine.

$$P = U_b I = RI^2 + LI \frac{dI}{dt}.$$

L'énergie reçue pendant un petit intervalle de temps dt est:

$$dW = P.dt = RI^2 \, dt + LI \, dI.$$

Le premier terme de la somme représente l'énergie électrique transformée en chaleur par effet Joule. Le second terme montre que tout accroissement du courant dans une bobine correspond pour elle a une absorption d'énergie. Supposons l'effet

Joule négligeable. Lorsque le courant s'établit et passe de la valeur 0 à la valeur I_1, la bobine reçoit l'énergie

$$W = \int_0^{I_1} dW = \int_0^{I_1} LI\, dI = \tfrac{1}{2}LI_1^2.$$

Une bobine dont la self-induction vaut L et dans laquelle circule un courant I possède donc une énergie

$$\boxed{W = \tfrac{1}{2}LI^2.}$$

L se mesure en henrys, I en ampères et W en joules.

§ 184 Densité d'énergie du champ d'induction

Une bobine parcourue par un courant crée un champ d'induction. En outre, elle contient de l'énergie. Nous allons voir que cette énergie doit être associée au champ d'induction, tout comme l'énergie d'un condensateur doit être associée au champ électrique qui s'y trouve.

Considérons le champ créé par un courant dans un solénoïde de longueur ℓ et de section S. Ce champ est pratiquement nul à l'extérieur et uniforme à l'intérieur. Calculons l'énergie par unité de volume dans la région où le champ existe. Désignons celle-ci par w. On a:

$$w = \frac{W}{S\ell}.$$

D'après les résultats des paragraphes 183, 174 et 145, nous pouvons écrire:

$$W = \tfrac{1}{2}LI^2, \qquad L = \mu_0 N^2 \frac{S}{\ell}, \qquad B = \mu_0 \frac{NI}{\ell}.$$

Entre les quatre équations qui précèdent, éliminons les trois grandeurs W, L et I. Nous trouvons:

$$\boxed{w = \tfrac{1}{2}\frac{1}{\mu_0}B^2.}$$

Ce résultat a ceci de remarquable que N, S et ℓ n'y figurent

pas. Ces trois grandeurs se sont éliminées automatiquement. Cela signifie que w ne dépend pas des caractéristiques de la bobine, mais ne dépend que du champ d'induction. w est donc la densité d'énergie du champ d'induction. Elle se mesure en J/m^3.

Les densités d'énergie du champ électrique (§ 77) et du champ magnétique sont

$$w = \tfrac{1}{2}\varepsilon_o E^2 \qquad \text{et} \qquad w = \tfrac{1}{2}\frac{1}{\mu_o}B^2.$$

Les constantes ε_o et μ_o s'introduisent en électricité par les lois de Gauss et d'Ampère.

$$\varepsilon_o \Psi_o = Q_{enf}, \qquad C_o = \mu_o I_{enlacé}.$$

Si, dans la loi d'Ampère, on mettait la constante de proportionnalité μ_o en facteur de la circulation de l'induction plutôt qu'en facteur du courant, il faudrait remplacer partout μ_o par son inverse. Cela donnerait une forme plus semblable aux lois ci-dessus et aux expressions de la densité d'énergie des champs.

§ 185 Energie du champ électromagnétique

Dans un champ électromagnétique, la densité d'énergie est la somme des densités relatives à la composante électrique et à la composante magnétique du champ.

$$\boxed{w = \tfrac{1}{2}\varepsilon_o E^2 + \tfrac{1}{2}\frac{1}{\mu_o}B^2.}$$

Dans un volume V, où la densité d'énergie est uniforme, se trouve localisée une énergie

$$W = wV.$$

Dans un espace où la densité d'énergie n'est pas uniforme, l'énergie totale est la somme des énergies calculées dans des petits volumes ΔV_i remplissant tout l'espace. Les volumes ΔV_i doivent être suffisamment petits pour que la densité d'énergie y soit partout la même. On peut écrire:

$$W = \sum w_i \Delta V_i \qquad \text{ou} \qquad W = \int w dV.$$

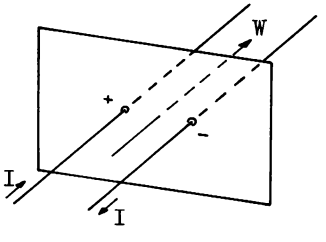
Mais, dans un champ électromagnétique, il n'y a pas seulement de l'énergie répartie, il y a encore de l'énergie en mouvement. On peut montrer que le déplacement d'énergie est décrit par un vecteur appelé vecteur de Poynting, qui est défini par l'expression:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_o} \vec{E} \wedge \vec{B}.$$

$\vec{S}$ représente la densité de courant d'énergie. Ce vecteur indique la direction et le sens dans lequel l'énergie se propage. Sa grandeur est le débit d'énergie par unité de surface perpendiculaire à la direction de propagation. $\vec{S}$ se mesure en $J/m^2.s$. Le flux du vecteur de Poynting à travers une surface exprime le débit d'énergie à travers cette surface, c'est-à-dire la quantité d'énergie qui la traverse par unité de temps.

§ 186 Puissance transportée par une ligne de transmission

Reprenons avec un peu plus de détails le sujet traité au paragraphe 102. Considérons une ligne électrique formée de deux conducteurs parallèles transportant un courant I. Le dessin ci-dessous montre la forme approximative des lignes du champ électrique et du champ magnétique. On peut démontrer que les lignes des deux champs se coupent partout perpendiculairement. Les lignes du champ magnétique sont donc des lignes équipotentielles pour le champ électrique.



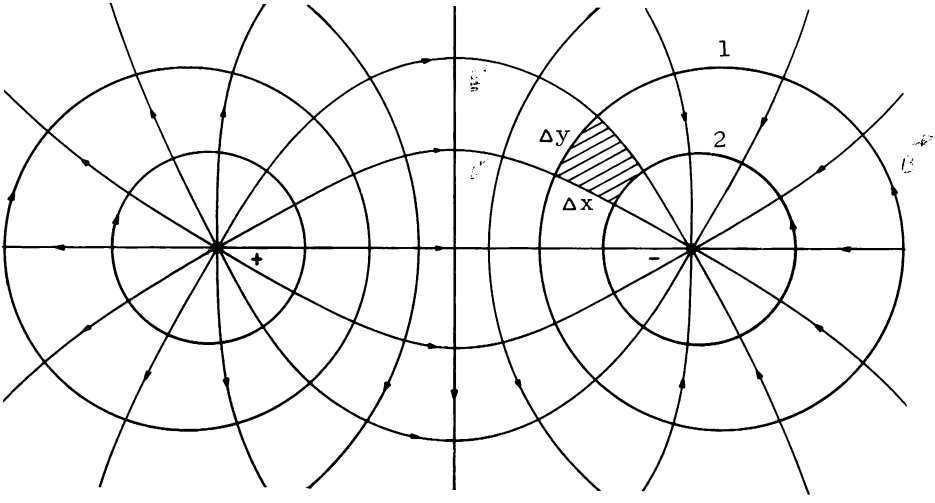
En tout point de l'espace, $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont dans un plan perpendiculaire aux conducteurs. Le vecteur de Poynting est donc parallèle à la ligne. La figure montre qu'il a partout le sens qu'a le courant dans le conducteur positif. C'est donc dans ce sens-là que l'énergie se propage.

Dans un plan perpendiculaire aux conducteurs, envisageons un réseau de lignes de champ très serrées les unes contre les autres. Cela divise le plan en petites surfaces assimilables à des rectangles. Nous allons calculer le flux d'énergie à travers l'une de ces surfaces puis, par sommation, à travers tout le plan.

Le flux d'énergie à travers la petite surface hachurée vaut:

$$S.\Delta x.\Delta y = \frac{1}{\mu_o}.E.B.\Delta x.\Delta y = \frac{1}{\mu_o}.(E\Delta x)(B\Delta y).$$

La première parenthèse est égale à la tension ΔU régnant entre les lignes 1 et 2. Comme ces lignes sont des équipotentielles, la tension existant entre elles est partout la même.



Le flux d'énergie <u>à travers la couronne</u> délimitée par les lignes 1 et 2 est la somme des expressions ci-dessus considérées pour des petites surfaces recouvrant entièrement la couronne. Comme $E\Delta x$, désigné par ΔU, a la même valeur dans chaque terme de la somme, on peut le mettre en évidence. Ce flux est donc:

$$\sum\frac{1}{\mu_o}\Delta U.(B\Delta y) = \frac{1}{\mu_o}\Delta U\sum B\Delta y = \frac{1}{\mu_o}\Delta U.\mu_o I = I.\Delta U,$$

si l'on tient compte que la somme figurant dans la seconde expression est la circulation de l'induction sur une courbe fermée et se lie au courant par la loi d'Ampère.

Le flux d'énergie <u>à travers le plan</u> est la somme des expressions ci-dessus considérées pour des couronnes se juxtaposant les unes aux autres et couvrant tout le plan.

$$\sum I.\Delta U = I\sum\Delta U = UI.$$

La somme des tensions existant entre des lignes équipotentielles consécutives n'est autre que la tension entre les con-

ducteurs. C'est pourquoi nous pouvons remplacer la dernière somme par U.

Le débit d'énergie transportée par le champ électromagnétique d'une ligne de transmission, en d'autres termes la puissance transportée par la ligne est donc égale au produit de la tension entre les conducteurs par le courant qui y circule.

$$P = UI.$$

C'est ainsi qu'on établit ce qui fut affirmé au paragraphe 102. Il est intéressant de constater que l'énergie se propage dans le champ électromagnétique et non à l'intérieur des fils.

Chapitre 24

COURANTS ALTERNATIFS

§ 187 Considérations générales

On appelle courant alternatif un courant qui a lieu tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. Un courant circulant toujours dans le même sens est un courant continu. Nous limiterons notre étude au cas particulier des courants sinusoïdaux. Un tel courant peut être représenté par une fonction sinusoïdale du temps.

$$I = \hat{I} \sin\omega t.$$

Sur le conducteur, on choisit un sens dans lequel on compte le courant positivement. La relation ci-dessus, dans laquelle I est tantôt positif, tantôt négatif, représente donc bien un courant alternatif. $\hat{I}$, qui est défini positif, est le courant maximum. ω est la fréquence circulaire ou la pulsation du courant. Calculons la période T de la fonction ci-dessus. T est le plus petit intervalle de temps qui satisfait pour toute valeur de t à la relation

$$I(t + T) = I(t).$$

On en déduit: $\hat{I} \sin\omega(t + T) = \hat{I} \sin\omega t,$

$$\sin(\omega t + \omega T) = \sin\omega t.$$

On a une identité si ωT est égal à 2π ou à l'un de ses multiples. La période est donc

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

On constate que le facteur ω exprime la rapidité avec laquelle le courant oscille. Il est en relation directe avec la fréquence, qui est définie comme l'inverse de la période:

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T}.}$$

Les fréquences, comme les pulsations, s'expriment en s^{-1}. Pour les fréquences, on utilise volontiers l'unité appelée hertz (abréviation: Hz) et qui signifie: cycle/seconde. Les relations ci-dessus permettent d'écrire:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \text{et} \qquad \omega = 2\pi\nu.$$

Dans le réseau de distribution de notre pays, la fréquence est de 50 Hz. La période et la fréquence circulaire valent respectivement

$$T = \frac{1}{50}\ s \qquad \text{et} \qquad \omega = 314\ s^{-1}.$$

Comment un courant sinusoïdal est-il produit ? Nous connaissons déjà le générateur constitué par une bobine tournant dans un champ magnétique ou par un dispositif analogue (§ 165). Cela va bien lorsque les fréquences ne sont pas trop élevées. Pour les hautes fréquences, on utilise le circuit oscillant dont l'étude sera faite au chapitre suivant.

Les courants alternatifs sont importants à plus d'un titre. Leur utilisation généralisée dans les réseaux de distribution vient essentiellement de ce qu'ils se transforment très facilement (§ 180). En outre, ils jouent un grand rôle dans tous les appareils où l'électricité est au service de l'acoustique. Enfin, ils sont étroitement liés aux ondes électromagnétiques.

§ 188 Courant dans une résistance

Relions une résistance R à une source de courant dont la tension aux bornes est

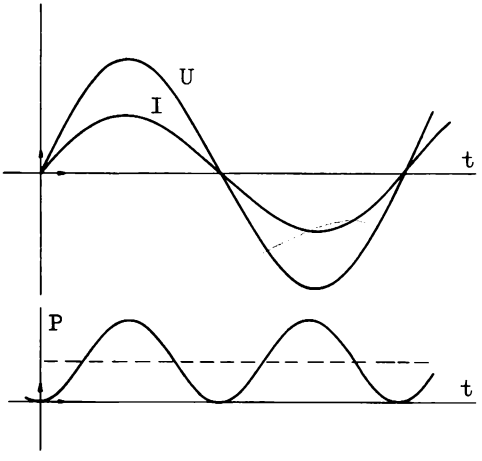
$$U = \hat{U} \sin\omega t.$$

La self-induction du circuit étant supposée négligeable, les tensions sont indépendantes des chemins. La tension alternative ci-dessus existe donc aussi le long du conducteur et y produit un courant, conformément à la loi d'Ohm.

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\hat{U}}{R} \sin\omega t = \hat{I} \sin\omega t \qquad \text{où} \qquad \hat{I} = \frac{\hat{U}}{R}.$$

La tension et le courant instantanés sont proportionnels. Ils atteignent ensemble leurs extrema ou leurs zéros. On dit qu'ils sont <u>en phase.</u> La puissance dissipée en chaleur dans la résistance vaut

$$P = RI^2 = R\hat{I}^2 \sin^2\omega t = \tfrac{1}{2}R\hat{I}^2(1 - \cos 2\omega t).$$



La courbe représentant la puissance a l'allure d'une sinusoïde "posée" sur l'axe du temps. Sa période est deux fois plus petite que celle du courant ou de la tension. La puissance moyenne est ici la moitié de la puissance maximale. Elle vaut:

$$\overline{P} = \tfrac{1}{2}R\hat{I}^2.$$

§ 189 <u>Valeurs efficaces</u>

Considérons un courant alternatif dans une résistance. On appelle <u>courant efficace</u> le courant constant qui produirait dans un temps assez long, le même dégagement de chaleur que le courant alternatif donné. La puissance du courant efficace doit donc être égale à la puissance moyenne du courant alternatif.

$$RI_{eff}^2 = \tfrac{1}{2}R\hat{I}^2.$$

On en déduit:

$$\boxed{I_{eff} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}.}$$

La tension constante qui, appliquée à la résistance considérée, produirait un courant égal au courant efficace est appelée <u>tension efficace.</u>

$$U_{eff} = RI_{eff} = \frac{R\hat{I}}{\sqrt{2}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}},$$

$$\boxed{U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}.}$$

Pour faire nos définitions, nous nous sommes occupés de la puissance consommée par une résistance. Toutefois, nous adopterons les formules encadrées comme des définitions générales du courant et de la tension efficaces.

Lorsqu'on donne la valeur d'une tension ou d'un courant alternatif sans rien préciser, il s'agit toujours de la valeur efficace. Par exemple, si on dit que la tension du réseau est de 220 V, cela signifie que la tension maximale vaut 220 V.$\sqrt{2}$, c'est-à-dire 310 V. Les instruments de mesure sont gradués de manière à indiquer les valeurs efficaces.

Il ne faut pas confondre valeur efficace et valeur moyenne. En effet, la valeur moyenne d'une fonction sinusoïdale est toujours nulle.

Lorsqu'un courant alternatif circule dans une résistance, les valeurs instantanées de la tension et du courant sont liées par la loi d'Ohm. Il en est de même des valeurs maximales.

$$\hat{U} = R\hat{I}.$$

Si on divise les deux membres par $\sqrt{2}$, on constate que les valeurs efficaces satisfont à la même loi.

$$\boxed{U_{eff} = RI_{eff}.}$$

En outre, d'après la définition faite au début de ce paragraphe, la puissance moyenne de chauffage se calcule avec le courant efficace comme s'il s'agissait de courant continu.

$$\boxed{\overline{P} = RI_{eff}^2.}$$

Par exemple, si un fer à repasser dont la résistance vaut 110 Ω est branché sur un réseau dont la tension est de 220 V, le courant qui le traverse et la puissance qu'il consomme sont:

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{220\ V}{110\ \Omega} = 2\ A.$$

$$\overline{P} = RI_{eff}^2 = 110\ \Omega . 4\ A^2 = 440\ W.$$

§ 190 Puissance consommée par un appareil

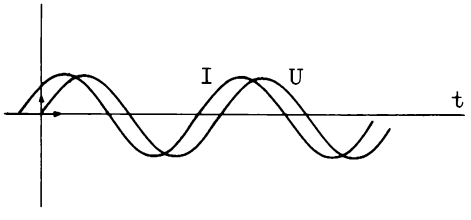
Appliquons aux courants sinusoïdaux les résultats du paragraphe 182. Nous avons vu que la puissance consommée par un appareil est égale au produit de sa tension aux bornes par le courant qui le traverse.

Supposons que la tension aux bornes de l'appareil soit

$$U = \hat{U} \sin\omega t.$$

Le courant n'est pas nécessairement en phase avec la tension, c'est-à-dire qu'il n'atteint pas forcément ses extrema aux mêmes moments. Pour exprimer cet éventuel déphasage, nous écrirons le courant sous la forme d'une fonction sinusoïdale ayant subi une translation selon l'axe du temps.

$$I = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi).$$



L'angle φ est appelé avance de phase du courant sur la tension. Si cette avance de phase est positive (c'est le cas dans le dessin), le courant est en avance sur la tension. On entend par là qu'il atteint ses extrema ou ses zéros avant elle. Au contraire, si φ est négatif, I est en retard sur U.

La puissance instantanée consommée par un appareil est donc:

$$P = UI = \hat{U}\hat{I} \sin\omega t \sin(\omega t + \varphi).$$

Une transformation trigonométrique fournit:

$$P = \tfrac{1}{2}\hat{U}\hat{I} \cos\varphi - \tfrac{1}{2}\hat{U}\hat{I} \cos(2\omega t + \varphi).$$

Intéressons-nous à la puissance moyenne $\overline{P}$ reçue. Le premier terme de l'expression ci-dessus est une constante. Le second est une fonction sinusoïdale du temps, ce qui fait que sa va-

leur moyenne est nulle. $\overline{P}$ vaut donc

$$\overline{P} = \tfrac{1}{2}\hat{U}\hat{I}\cos\varphi = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \cos\varphi,$$

$$\boxed{\overline{P} = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos\varphi.}$$

La puissance moyenne dépend donc, non seulement de l'amplitude du courant et de la tension, mais encore du déphasage qui peut exister entre courant et tension. Dans le cas particulier où ce décalage est de $\pi/2$, la puissance moyenne est nulle. Nous allons voir des exemples où il en est ainsi.

§ 191 Impédance

L'impédance est une notion appartenant exclusivement au domaine des courants alternatifs. Etant donné un bipôle, peut-on trouver une relation simple entre sa tension aux bornes et le courant qui le traverse ? Comme on a en général deux fonctions sinusoïdales déphasées, la relation cherchée n'est pas simple, car elle dépend du temps. On peut alors chercher une relation entre le maximum de la tension aux bornes et le maximum du courant. Pour la plupart des bipôles, ces deux grandeurs sont proportionnelles. Le rapport constant existant entre elles est appelé impédance du bipôle. On désigne celle-ci par Z.

$$\boxed{Z = \frac{\hat{U}}{\hat{I}}.}$$

Si on divise le numérateur et le dénominateur de la fraction ci-dessus par $\sqrt{2}$, on trouve

$$\boxed{Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}.}$$

L'impédance d'un bipôle est donc le quotient des valeurs maximales - ou des valeurs efficaces - de la tension à ses bornes et du courant qui le traverse.

L'impédance exprime l'opposition qu'offre le conducteur au passage d'un courant alternatif. Pour une tension aux bornes

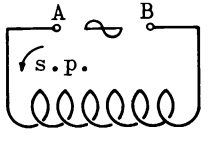
donnée, le courant est grand si l'impédance est petite et vice versa.

La relation ci-dessus a la même forme que la loi d'Ohm. Et l'impédance, quotient d'une tension par un courant, se mesure en ohms. Toutefois, on ne peut guère considérer cette relation comme une généralisation de la loi d'Ohm, car pour un bipôle quelconque, les deux relations sont valables conjointement. La relation ci-dessus ne s'occupe que de la tension aux bornes. Elle laisse de côté ce qui se passe à l'intérieur du bipôle. Par contre, la loi d'Ohm considère la tension le long du conducteur et non la tension aux bornes. Un bipôle possède donc une impédance et une résistance.

L'impédance d'une résistance ordinaire se confond avec sa résistance.

§ 192 Courant dans une bobine

Relions une bobine dont la self-induction vaut L à une source de courant dont la tension aux bornes est



$$U = \hat{U} \sin\omega t.$$

Appliquons au circuit la loi d'induction sous sa forme particulière.

$$U_{AB}(\text{bobine}) + U_{BA}(\text{direct}) = - L \frac{dI}{dt}.$$

I désignant le courant dans le circuit et R la résistance du conducteur, et la tension aux bornes se comptant de l'origine à l'extrémité du bipôle, on a:

$$RI - \hat{U} \sin\omega t = - L \frac{dI}{dt}.$$

Pour simplifier la résolution de cette équation différentielle, nous nous limiterons au cas où la résistance de la bobine est négligeable. L'équation prend la forme:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\hat{U}}{L} \sin\omega t.$$

Sa solution générale est évidemment

$$I = \frac{-\hat{U}}{\omega L} \cos\omega t + A.$$

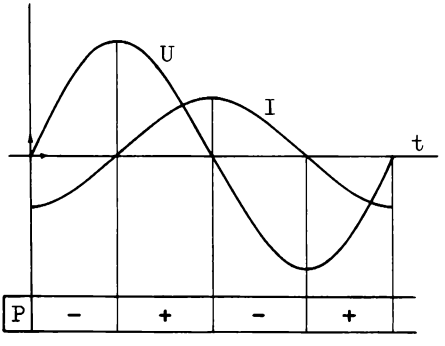
La constante A, si elle était différente de zéro, indiquerait

qu'un courant continu est superposé au courant alternatif. Par raison de symétrie, il ne peut en être ainsi. Le courant dans la bobine vaut donc

$$I = -\hat{I}\cos\omega t \qquad \text{où} \qquad \hat{I} = \frac{\hat{U}}{\omega L}.$$

Le calcul ci-dessus a la signification suivante. L'hypothèse d'une résistance négligeable implique que la tension aux bornes est égale à la tension induite. Le courant dans la bobine est donc déterminé par la condition que la tension induite par ses variations doit coïncider avec la tension de la source.

Représentons graphiquement la tension et le courant. Nous constatons que le courant est en retard sur la tension. Il peut s'écrire, si l'on exprime le cosinus au moyen d'un sinus



$$I = \hat{I}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}).$$

L'avance de phase vaut donc

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}.$$

Examinons l'évolution de la puissance consommée par la bobine.

$$P = UI.$$

P est positif ou négatif suivant que U et I sont de même signe ou de signe contraire. Durant le deuxième et le quatrième quart de la période représentée, P est positif, ce qui signifie que la bobine reçoit de l'énergie. On peut constater que, durant ces intervalles, la valeur absolue du courant croît. L'énergie reçue par la bobine sert à l'établissement du champ magnétique. Durant le premier et le troisième quart de la période, la puissance consommée est négative. La bobine restitue l'énergie accumulée aux autres moments. La valeur absolue du courant décroît, de même que le champ magnétique. On comprend aisément que la puissance moyenne consommée par la bobine soit nulle. Ceci se vérifie par la formule établie à la fin du paragraphe 190.

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad \overline{P} = 0.$$

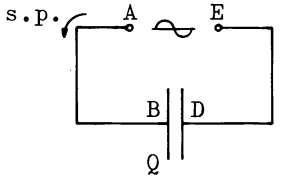
Calculons l'impédance de la bobine. Les relations $\hat{I} = \hat{U}/\omega L$ et $Z = \hat{U}/\hat{I}$ fournissent

$$Z = \omega L.$$

L'impédance croît avec L. Si les effets de self-induction sont importants, le courant a de la peine à passer. En outre, l'impédance croît avec ω. Une bobine s'oppose d'autant plus au passage du courant que la fréquence est plus élevée. En haute fréquence, une bobine peut fort bien ne plus être un conducteur.

§ 193 Courant à travers un condensateur

Relions un condensateur de capacité C à une source de courant dont la tension aux bornes est



$$U = \hat{U} \sin\omega t.$$

Orientons le bipôle pour que le signe de la tension aux bornes et du courant soit fixé. Désignons par Q la charge portée par l'armature qui est reliée à l'origine du bipôle. En supposant négligeable le coefficient de self-induction du circuit, nous pouvons écrire que la tension circulaire est nulle.

$$U_{AB} + U_{BD} + U_{DE} + U_{EA} = 0.$$

Négligeons encore la résistance des fils de connexion. L'équation s'écrit:

$$\frac{Q}{C} - \hat{U} \sin\omega t = 0 \qquad \text{ou} \qquad Q = C\hat{U} \sin\omega t.$$

Pendant un petit intervalle de temps dt, le courant transporte une charge Idt qui fait subir un accroissement dQ à la charge du condensateur. Or, lorsque I est positif, Q croît. On a donc:

$$dQ = + Idt \qquad \text{et} \qquad I = \frac{dQ}{dt} = \omega C\hat{U} \cos\omega t.$$

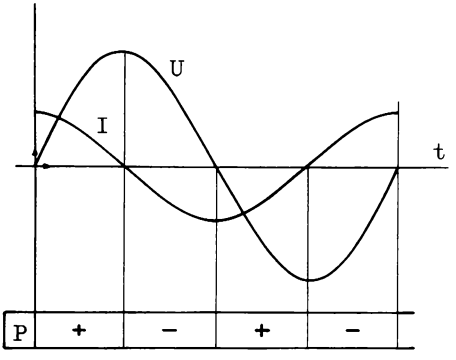
On en déduit que le circuit est traversé par un courant

$$I = \hat{I} \cos\omega t \qquad \text{où} \qquad \hat{I} = \omega C\hat{U}.$$

On voit donc qu'en courant alternatif, un condensateur doit être considéré comme un conducteur. Nos hypothèses de résistance et de self-induction négligeables impliquent que la tension du condensateur coïncide constamment avec la tension de la source. La charge de chaque armature changeant conti-

nuellement de signe, les fils de connexion sont le siège d'un courant qui charge ou qui décharge le condensateur. Si la capacité est grande, beaucoup de charges doivent être amenées à chaque alternance du courant. Si la fréquence est élevée, ce transport de charge doit se faire rapidement. On comprend que le courant croisse avec C et avec ω.

Représentons graphiquement la tension et le courant. Nous voyons que le courant est en avance sur la tension. Il peut s'écrire:



$$I = \hat{I} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}).$$

L'avance de phase est

$$\varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Etudions la puissance consommée par le condensateur.

$$P = UI.$$

Dans le premier et dans le troisième quart de la période représentée, la puissance est positive. Le condensateur reçoit de l'énergie. On peut constater que durant ces intervalles, la valeur absolue de la tension croît. Le condensateur se charge. L'énergie reçue est emmagasinée dans le champ électrique qui s'accroît. Dans les autres quarts de la période envisagée, la puissance est négative. Le champ électrique diminue et restitue à la source l'énergie qu'il en avait empruntée pour se former. La puissance moyenne reçue par le condensateur est nulle, comme le montre la formule établie au paragraphe 190.

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad \overline{P} = 0.$$

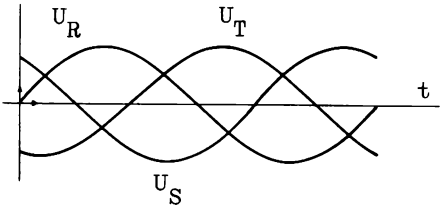
L'impédance du condensateur se calcule à partir des relations $\hat{I} = \omega C \hat{U}$ et $Z = \hat{U}/\hat{I}$. Elle vaut:

$$\boxed{Z = \frac{1}{\omega C}.}$$

Z est petit lorsque C est grand. Un condensateur est donc un conducteur d'autant meilleur que sa capacité est grande. De plus, Z est inversement proportionnel à ω. Pour un courant continu, ω est nul, Z est infini, le condensateur n'est pas un conducteur. Mais en haute fréquence, un condensateur est un bon conducteur.

§ 194 Courants triphasés

Un réseau triphasé comprend trois bornes qu'on peut désigner par R, S et T. Entre chacune d'elles et la terre, il y a une tension alternative de même amplitude $\hat{U}$. Ces trois tensions sont déphasées d'un tiers de période. Elles s'expriment par les fonctions:



$$U_R = \hat{U} \sin\omega t, \qquad U_S = \hat{U} \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}), \qquad U_T = \hat{U} \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}).$$

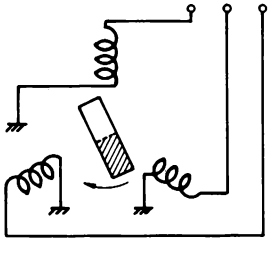
Lorsqu'un appareil est relié aux trois bornes, on dit qu'il utilise les trois phases du réseau ou qu'il est alimenté par un courant triphasé. Lorsqu'un appareil est relié à une borne et à la terre, il n'utilise qu'une phase du réseau; il s'alimente en courant monophasé. Le réseau de distribution de notre pays est un réseau triphasé. Les moteurs industriels, les cuisinières électriques et autres appareils à forte consommation utilisent généralement les trois phases. Par contre, pour l'éclairage des appartements, on n'utilise qu'une phase.

On peut calculer que la tension entre deux phases est sinusoïdale et que son amplitude est $\sqrt{3}$ fois plus élevée que la tension entre une phase et la terre.

$$\hat{U}_{RS} = \sqrt{3}.\hat{U}.$$

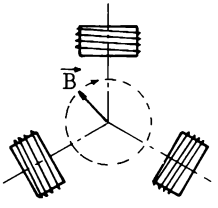
Le même rapport se retrouve évidemment entre les tensions efficaces. Par exemple, si la tension efficace entre une phase et la terre est de 220 V, la tension efficace entre deux phases est de 220 V. $\sqrt{3}$, c'est-à-dire de 380 V.

Un générateur à courant triphasé ou alternateur triphasé est construit sur un principe analogue à celui que nous avons vu au paragraphe 165. Un électro-aimant tourne dans une cavité, où sont disposées trois bobines dont les axes se coupent suivant des angles de 120°. La variation de flux d'induction dans les bobines y produit une tension induite. Par des pièces de fer dans le rotor et dans le stator, on donne au champ d'induction la forme qu'il faut pour que les tensions induites soient sinusoïdales. Une extrémité de chaque fil est reliée à la terre.



L'autre, à la sortie du générateur. L'électro-aimant est alimenté par une source auxiliaire de courant continu. Des bagues liées à l'axe du rotor et des balais font la liaison entre la partie mobile du circuit et la partie fixe. Quand l'électro-aimant fait un tour, chaque tension subit l'évolution d'une période. Pour obtenir des fréquences suffisamment élevées sans faire tourner trop rapidement le générateur, on peut faire un rotor comprenant plusieurs électro-aimants et un stator comprenant plusieurs fois trois bobines. Il suffit alors d'accoupler judicieusement ces dernières pour avoir les trois phases.

Si on alimente avec des courants triphasés trois bobines dont dont les axes sont dans un même plan et font entre eux des angles de 120°, les champs d'induction se combinent et il en résulte un champ tournant. Le vecteur $\vec{B}$ qui le représente est situé dans le plan des axes. Il a une grandeur constante et tourne d'un mouvement régulier. Il fait un tour pendant une période du courant. Cette propriété des courants triphasés de pouvoir créer des champs tournants est mise à profit pour la construction de moteurs. Dans le moteur synchrone, le rotor est constitué par un aimant ou un électro-aimant qui est entraîné par le champ d'induction. La fréquence de rotation est identique à la fréquence du courant. Ce type de moteur peut être utilisé pour la construction d'horloges électriques, pour autant que le réseau ait une fréquence bien stable. Si la charge est trop grande, le moteur "décroche" et s'arrête. Dans le moteur asynchrone, le rotor est constitué par une cage d'écureuil en gros fils de cuivre. Le mouvement relatif de la cage et du champ magnétique engendre des courants de Foucault (§ 135). Ceux-ci font apparaître des forces qui s'opposent au mouvement relatif. Le rotor est donc entraîné par le champ tournant. Toutefois, sa vitesse de rotation est toujours un peu moindre que celle du champ.

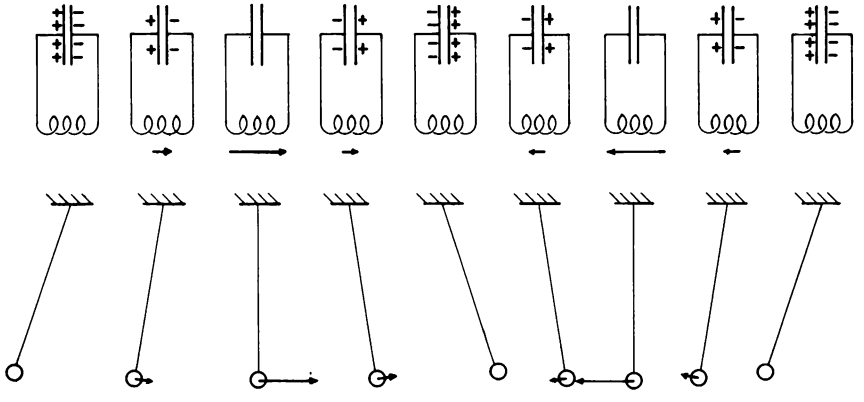


Chapitre 25

CIRCUIT OSCILLANT

§ 195 Principe

Un circuit oscillant est un circuit formé d'un condensateur et d'une bobine. Supposons que, le condensateur étant initialement chargé, on ferme le circuit. Le courant ne s'établit pas instantanément, car la self-induction s'y oppose. Il croît jusqu'à ce que le condensateur soit déchargé. A ce moment, il ne s'arrête pas, car la self-induction s'y oppose. Il recharge le condensateur, mais avec des charges opposées à celles qu'il avait précédemment. Ces charges s'accumulant sur le condensateur font diminuer le courant et finissent par l'annuler. Le système se trouve alors dans un état analogue à son état initial, à ceci près que les charges positives et négatives ont échangé leur position dans le condensateur. Il s'établit alors un courant dans le sens opposé et le circuit est ramené dans son état initial. Le condensateur se décharge à nouveau puis se recharge et le circuit effectue des oscillations aussi longtemps que l'énergie du système n'est pas dissipée. Le dessin ci-dessous montre des phases successives du circuit, à un intervalle d'un huitième de période.



Il est intéressant de comparer les oscillations électriques avec le mouvement d'un oscillateur mécanique. La charge correspond à l'élongation et le courant à la vitesse. La self-induction de la bobine détermine l'inertie du courant, et la masse, l'inertie de l'oscillateur mécanique. En électricité comme en mécanique, un oscillateur possède une fréquence propre bien déterminée et indépendante de l'amplitude.

§ 196 Les transformations d'énergie

Examinons l'énergie d'un circuit oscillant. Lorsque le courant ne circule pas, le condensateur est à son maximum de charge. Toute l'énergie du système est alors sous forme d'énergie électrique, dans le condensateur. Lorsque le condensateur est déchargé, le courant est maximum. Toute l'énergie est alors sous forme d'énergie magnétique dans la bobine. L'oscillation électrique correspond donc à une transformation alternée d'énergie électrique en énergie magnétique, de même que l'oscillateur mécanique fait intervenir des transformations réciproques d'énergie potentielle et d'énergie cinétique. Si les pertes d'énergie par effet Joule sont négligeables, l'énergie du circuit oscillant demeure constante. Il n'y a pas d'amortissement. Les valeurs maximales de la charge - ou du courant - sont les mêmes à chaque oscillation. L'énergie totale s'exprime en fonction de la charge maximale $\hat{Q}$ ou du courant maximal $\hat{I}$ par les formules:

$$W_{tot} = \tfrac{1}{2} \frac{\hat{Q}^2}{C}, \qquad W_{tot} = \tfrac{1}{2} L\hat{I}^2.$$

Elle peut s'exprimer aussi, en fonction de la charge Q et du courant I instantanés.

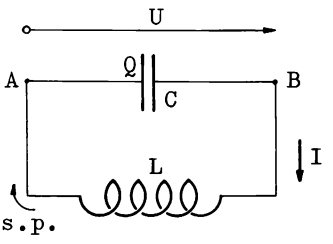
$$W_{tot} = \tfrac{1}{2} \frac{Q^2}{C} + \tfrac{1}{2} LI^2.$$

Dans la pratique, le dégagement de chaleur dans le circuit n'est jamais nul. Il en résulte que l'énergie totale diminue progressivement. Les maxima de charge et de courant diminuent corrélativement. L'oscillation est <u>amortie.</u>

Si on amène de l'énergie dans le circuit par des impulsions en cadence avec l'oscillation, on peut compenser les pertes. On a alors un circuit oscillant <u>entretenu.</u> On peut réaliser cela avec un tube électronique.

§ 197 Traitement mathématique du problème

Appliquons la loi d'induction à un circuit oscillant, après avoir choisi un sens de parcours. Charge, tension et courant doivent être définis comme des nombres relatifs. Soient I le courant, compté positivement dans le sens de parcours, Q la charge de l'armature A et U la tension entre l'armature A et l'armature B. Pendant un petit intervalle de temps dt, le courant transporte une charge Idt qui fait subir un accroissement dQ à la charge du condensateur. Or, lorsque I est positif, Q croît. On a donc: $dQ = + Idt$. En outre, lorsque Q est positif, U l'est aussi. Il résulte donc des définitions que:



$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad \text{et} \qquad Q = CU.$$

La loi d'induction fournit:

$$U_{AB}(\text{condensateur}) + U_{BA}(\text{bobine}) = - L \frac{dI}{dt},$$

$$U + RI = - L \frac{dI}{dt}.$$

R est la résistance du fil constituant la bobine. En remplaçant U et I par leurs expressions en fonction de Q, on obtient l'équation différentielle suivante:

$$\frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt} + L \frac{d^2Q}{dt^2} = 0$$

Nous nous contenterons de l'étude du circuit oscillant non amorti. Posons donc R = 0. L'équation différentielle devient

$$\frac{Q}{C} + L \frac{d^2Q}{dt^2} = 0.$$

Sa solution générale est, comme on peut s'en assurer en utilisant la méthode du paragraphe 171:

$$Q = A \sin \frac{t}{\sqrt{LC}} + B \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}.$$

L'origine du temps peut être choisie de façon arbitraire. Plaçons-la à un instant où la charge passe par un maximum. Désignons par $\hat{Q}$ ce maximum. Nous imposons donc les conditions initiales suivantes:

$$\text{en } t = 0, \quad Q = \hat{Q} \quad \text{et} \quad \frac{dQ}{dt} = 0.$$

Il est facile de voir que cela entraîne:

$$A = 0 \qquad \text{et} \qquad B = \hat{Q}.$$

La charge, la tension et le courant varient donc suivant les fonctions

$$Q = \hat{Q} \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}, \qquad U = \frac{\hat{Q}}{C} \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}, \qquad I = -\frac{\hat{Q}}{\sqrt{LC}} \sin \frac{t}{\sqrt{LC}}.$$

On constate qu'un circuit oscillant est le siège d'un courant sinusoïdal dont la fréquence circulaire vaut

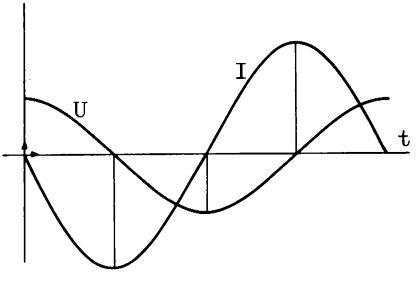
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Désignons par $\hat{U}$ et par $\hat{I}$ les valeurs maximales de la tension et du courant. Nous avons:

$$\hat{U} = \frac{\hat{Q}}{C} \qquad \text{et} \qquad \hat{I} = \omega \hat{Q}.$$

La charge, la tension et le courant s'expriment par les formules

$$Q = \hat{Q} \cos \omega t, \qquad U = \hat{U} \cos \omega t, \qquad I = -\hat{I} \sin \omega t.$$



Le courant et la tension n'ont pas leurs maxima au même moment. Ils sont déphasés de $\pi/2$. La fréquence circulaire et la période étant liées par la relation $\omega T = 2\pi$, la période du circuit oscillant vaut

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{LC}.}$$

L'oscillation est d'autant plus lente que la capacité et la self-induction sont grandes. Cela se comprend intuitivement.

L'énergie électrique et l'énergie magnétique valent à tout instant:

$$W_{él} = \tfrac{1}{2}CU^2 = \tfrac{1}{2}C\hat{U}^2\cos^2\omega t = \frac{\hat{Q}^2}{2C}\cos^2\omega t,$$

$$W_{magn} = \tfrac{1}{2}LI^2 = \tfrac{1}{2}L\hat{I}^2\sin^2\omega t = \tfrac{1}{2}L\omega^2\hat{Q}^2\sin^2\omega t = \frac{\hat{Q}^2}{2C}\sin^2\omega t.$$

On constate que le maximum de l'énergie électrique est égal à celui de l'énergie magnétique. On s'y attendait, puisque l'énergie du circuit se trouve alternativement dans le condensateur et dans la bobine. En outre, on voit que l'énergie totale du système est constante.

$$W_{tot} = W_{él} + W_{magn} = \frac{\hat{Q}^2}{2C}(\cos^2\omega t + \sin^2\omega t) = \frac{\hat{Q}^2}{2C}.$$

Tout ceci est en accord avec le principe de conservation de l'énergie.

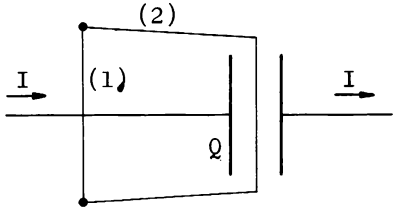
Chapitre 26

LOI D'AMPERE-MAXWELL

§ 198 Introduction

Lorsqu'on applique la loi d'Ampère (§ 143), on choisit une courbe fermée. On calcule d'une part la circulation de l'induction le long de cette courbe, d'autre part le courant qu'elle enlace. La première de ces grandeurs est bien déterminée, mais la seconde ne l'est pas. En effet, le courant enlacé par une courbe fermée, c'est le courant traversant une surface qui a cette courbe pour bord. Or le courant peut dépendre du choix de la surface. La loi d'Ampère n'est par conséquent pas toujours valable. La question qui se pose est de savoir comment cette loi doit être corrigée.

Considérons le cas particulier d'un condensateur plan en train de se charger. Soient C la capacité, S l'aire des plaques, I le courant de charge, Q la charge d'une des armatures et $\vec{E}$ le champ électrique à l'intérieur du condensateur. Comme courbe fermée, choisissons un cercle centré sur le fil et perpendiculaire à celui-ci. Considérons des surfaces différentes ayant cette courbe pour bord:



(1) un disque,

(2) une surface ayant la forme d'un gobelet et passant entre les plaques du condensateur.

Le courant enlacé par la courbe donnée vaut I si on prend la surface (1) et zéro si on prend la surface (2). Il s'agit de trouver une grandeur électrique qui soit la même relativement à chacune des deux surfaces, qui soit apte à remplacer l'expression $I_{enlacé}$ de la loi d'Ampère, et qui se réduise à cette expression lorsque la loi d'Ampère est valable. L'existence du courant dans le fil implique une variation de la charge du condensateur, une variation du champ électrique $\vec{E}$, et une variation du flux de ce champ à travers la surface (2). Calculons la dérivée de ce flux par rapport au temps. En utilisant la valeur de E cal-

culée au paragraphe 71, on peut écrire:

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{d}{dt}(ES) = \frac{d}{dt}\left(\frac{Q}{\varepsilon_0 S}.S\right) = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0} I.$$

Il s'ensuit que le produit par ε_0 de la dérivée du flux du champ électrique à travers la surface (2) est égal au courant traversant la surface (1).

$$\varepsilon_0 \frac{d\Psi}{dt} = I.$$

On peut interpréter ce résultat en considérant le terme $\varepsilon_0 d\Psi/dt$ comme une sorte de courant - qu'on appelle courant de déplacement - à travers le condensateur. Ceci amène à envisager pour chaque surface s'appuyant sur la courbe fermée donnée, la somme du courant et du courant de déplacement qui traversent cette surface.

$$I_{enlacé}(1) + I_{dépl}(1) = I + 0 = I.$$

$$I_{enlacé}(2) + I_{dépl}(2) = 0 + \varepsilon_0 \frac{d\Psi}{dt} = I.$$

Cette somme est la même dans les deux cas.

Le raisonnement inductif que nous venons de faire nous amène donc à penser - à la suite de Maxwell - que dans la loi d'Ampère, il faut ajouter au courant enlacé le courant de déplacement. Reste à savoir si l'expérience infirme ou confirme cette hypothèse.

§ 199 Courant de déplacement et loi d'Ampère-Maxwell

Définition: Le courant de déplacement à travers une surface est le produit par ε_0 de la dérivée par rapport au temps du flux du champ électrique à travers cette surface.

$$\boxed{I_{dépl} = \varepsilon_0 \frac{d\Psi}{dt}.}$$

L'expérience montre - et nous adoptons cela comme un des axiomes de l'électricité - que la loi d'Ampère devient une loi générale si, au courant enlacé, on ajoute le courant de déplacement.

Loi d'Ampère-Maxwell: La circulation de l'induction magnétique le long d'une courbe fermée est proportionnelle à la somme du courant et du courant de déplacement à travers cette courbe.

Le courant à travers une courbe fermée, c'est le courant à travers une surface quelconque ayant cette courbe pour bord. De même pour le courant de déplacement. Nous avons montré au paragraphe précédent dans un cas particulier - et nous démontrerons en toute généralité au paragraphe 201 - que la somme du courant et du courant de déplacement à travers une courbe est indépendante de la surface choisie pour la calculer.

La loi d'Ampère-Maxwell peut s'écrire:

$$C_o = \mu_o (I_{enlacé} + \varepsilon_o \frac{d\Psi}{dt}).$$

Si on veut faire apparaître les champs, on écrit:

$$\sum \vec{B}_i . \overrightarrow{\Delta r}_i = \mu_o (I_{enlacé} + \varepsilon_o \frac{d}{dt} \sum \vec{E}_i . \overrightarrow{\Delta S}_i),$$

ou $$\oint \vec{B} . \vec{dr} = \mu_o (I_{enlacé} + \varepsilon_o \frac{d}{dt} \iint \vec{E} . \vec{dS}).$$

On voit alors plus distinctement la signification profonde de cette loi. Les deux termes figurant dans la parenthèse indiquent les deux causes du champ magnétique. Dans un champ électrique stationnaire, c'est-à-dire qui ne varie pas au cours du temps, le second terme de la parenthèse est nul. La loi s'identifie alors avec la loi d'Ampère. Elle signifie que l'existence d'un courant implique celle d'un champ d'induction. Dans un champ électrique variable au cours du temps, le flux est également variable - sauf cas singulier - et le second terme de la parenthèse est différent de zéro. L'existence d'une variation de champ électrique implique donc l'existence d'un champ d'induction. En d'autres termes, un champ d'induction est créé soit par un courant soit par une variation de champ électrique au cours du temps.

La loi d'induction nous avait appris qu'une variation de champ d'induction crée un champ électrique. Symétriquement, la loi d'Ampère-Maxwell montre qu'une variation de champ électrique crée un champ d'induction. La symétrie se trouve, non seulement dans les énoncés qualitatifs, mais dans les équations. S'il n'y a pas de courant, on a:

$$\oint \vec{E}.\vec{dr} = -\frac{d}{dt}\iint \vec{B}.\vec{dS} \qquad \text{et}$$

$$\oint \vec{B}.\vec{dr} = \mu.\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\iint \vec{E}.\vec{dS}.$$

Mise à part la question des constantes, on peut passer d'une équation à l'autre en permutant les rôles de $\vec{E}$ et de $\vec{B}$. Cela implique évidemment que si un champ magnétique variable et un champ électrique variable ont la même forme (sont exprimés par des fonctions du lieu et du temps qui sont du même type), les champs électrique et magnétique qu'ils créent respectivement ont la même forme.

§ 200 Equation de conservation de la charge

Considérons une surface fermée. Désignons par Q_{enf} la charge totale qui s'y trouve. Des charges peuvent traverser la surface. Désignons par $\vec{i}$ la densité de courant en un point quelconque. Le courant total à travers la surface est

$$\oiint \vec{i}.\vec{dS}.$$

L'élément de surface $\vec{dS}$ étant par convention orienté vers l'extérieur, les courants élémentaires $\vec{i}.\vec{dS}$ sont positifs lorsque des charges sortent de la surface fermée. L'intégrale ci-dessus représente donc le courant total sortant de la surface, en d'autres termes, la charge qui, par unité de temps, sort de la surface fermée. Comme les charges ne sont jamais créées ni détruites, la charge sortante doit être égale à la diminution de la charge enfermée. Le courant total hors de la surface est donc égal - au signe près - à la dérivée par rapport au temps de la charge qui y est enfermée.

$$\oiint \vec{i}.\vec{dS} = -\frac{d}{dt} Q_{enf}.$$

C'est l'équation de conservation de la charge.

§ 201 Note

Selon ce qui a été annoncé au paragraphe 199, nous allons démontrer que la somme du courant et du courant de déplacement à travers une courbe fermée est indépendante de la surface qu'on choisit pour la calculer.

Soit une surface fermée. Appliquons-lui la loi de Gauss.

$$\varepsilon_0 \oiint \vec{E}.\overrightarrow{dS} = Q_{enf}.$$

Dérivons les deux membres de cette égalité par rapport au temps. La dérivation du premier membre se fait en dérivant $\vec{E}$. Comme ce vecteur est une fonction du lieu et du temps, nous devons indiquer la dérivation par rapport au temps à l'aide du symbole de dérivée partielle.

$$\varepsilon_0 \oiint \frac{\overrightarrow{\partial E}}{\partial t}.\overrightarrow{dS} = \frac{d}{dt} Q_{enf}.$$

Appliquons à la même surface l'équation de conservation de la charge (§ 200).

$$\oiint \vec{i}.\overrightarrow{dS} = - \frac{d}{dt} Q_{enf}.$$

En additionnant membre-à-membre les deux dernières équations et en groupant les deux termes du premier membre en une seule intégrale, on obtient:

$$\oiint (\vec{i} + \varepsilon_0 \frac{\overrightarrow{\partial E}}{\partial t}).\overrightarrow{dS} = 0.$$

Cette égalité signifie que le flux du champ vectoriel

$$\vec{i} + \varepsilon_0 \frac{\overrightarrow{\partial E}}{\partial t}$$

à travers une surface fermée est toujours nul. Comme nous l'avons montré au paragraphe 139 à propos du champ d'induction $\vec{B}$, cela implique qu'à travers différentes surfaces ayant le même bord, le flux de ce champ est le même. Le flux de ce champ étant

$$\iint \vec{i}.\overrightarrow{dS} + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \iint \vec{E}.\overrightarrow{dS},$$

c'est-à-dire la somme du courant et du courant de déplacement, la proposition est démontrée.

§ 202 Equations de Maxwell

Nous avons achevé de présenter les lois fondamentales de l'électricité. Les deux lois de Gauss (§§ 56 et 137), la loi d'induction (§ 150) et la loi d'Ampère-Maxwell (§ 199) jouent un rôle particulièrement important et portent le nom d'équations de Maxwell. Etant donné une répartition de charges et

de courants dans l'espace, ces équations permettent de calculer le champ électromagnétique.

Le lecteur se reportera à la préface de l'ouvrage, où l'essentiel de l'électrodynamique est présenté.

Fait hautement remarquable, l'électrodynamique de Maxwell - bien que théorie classique - est compatible avec la théorie de la relativité.

§ 203 Ondes électromagnétiques

L'existence et les utilisations de ces ondes (radio, télévision, radar, etc) sont connues de chacun. Comme les ondes sonores consistent en une vibration de l'air, on a pensé longtemps que les ondes électromagnétiques étaient une vibration d'un milieu hypothétique, l'éther, qui remplirait tout l'univers, même dans ses parties que nous considérons comme le vide. Pour différentes raisons - en particulier à cause de la théorie de la relativité - la physique rejette catégoriquement l'idée de l'existence de l'éther. En fait, une onde électromagnétique est une superposition d'un champ électrique et d'un champ magnétique, tels que les variations de l'un créent l'autre.

Supposons par exemple qu'en un point de l'espace, on ait un champ électrique variant selon une fonction sinusoïdale du temps. D'après la loi d'Ampère-Maxwell, les variations de ce champ électrique engendrent un champ magnétique. Or ce dernier est également une fonction sinusoïdale du temps. D'après la loi d'induction, les variations de ce champ magnétique engendrent à leur tour un champ électrique. Et ainsi de suite. On comprend donc que, même dans le vide, c'est-à-dire en l'absence de toute charge et de tout courant, des champs électriques et magnétiques puissent exister. Chaque champ est produit par la variation de l'autre.

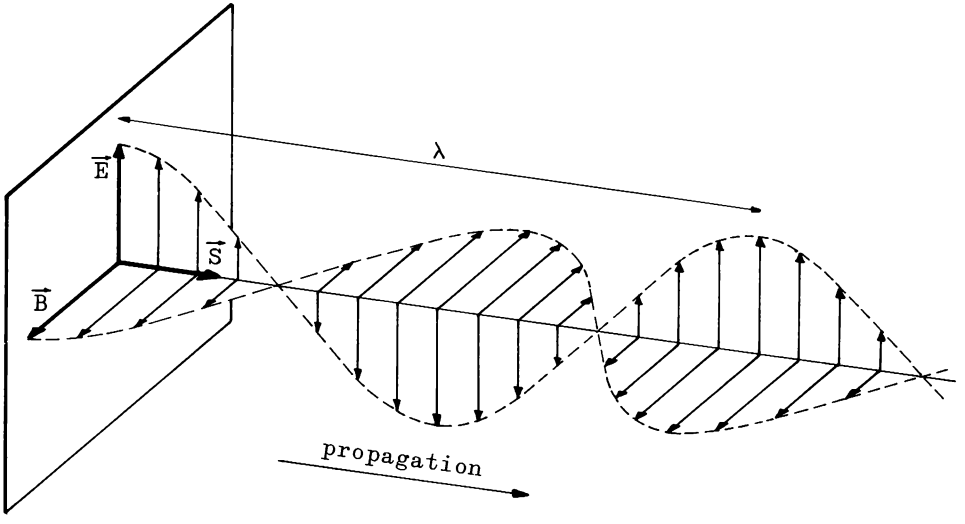
Le calcul montre que, dans le vide, les ondes électromagnétiques se déplacent à une vitesse

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}},$$

dont la valeur numérique est de 3.10^8 m/s.

La figure ci-dessous représente la plus simple des ondes électromagnétiques, l'onde plane sinusoïdale. On a indiqué les vecteurs-champ à un instant donné, en différents points d'une droite parallèle à la direction de propagation. En tout point,

le champ électrique, le champ magnétique et la direction de propagation sont deux-à-deux perpendiculaires. L'onde est dite plane parce qu'en tout point d'un plan perpendiculaire à la direction de propagation, les vecteurs $\vec{E}$, d'une part, et $\vec{B}$, d'autre part, ont même valeur.



Le transport d'énergie par l'onde est décrit par le vecteur de Poynting

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \vec{B},$$

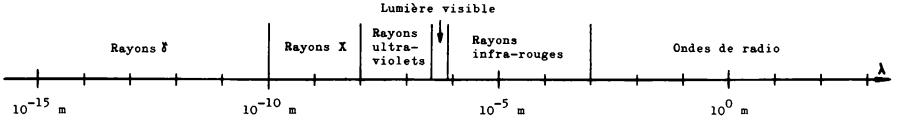
ainsi que nous l'avons vu au paragraphe 185. La direction et le sens de $\vec{S}$ sont ceux de la propagation de l'onde.

La distance, comptée dans la direction de propagation, entre deux points consécutifs où les champs ont la même valeur est appelée longueur d'onde. Comme c'est le cas pour toutes les ondes, la fréquence ν, la longueur d'onde λ, et la vitesse c sont liées par la relation

$$\lambda \nu = c.$$

Les ondes électromagnétiques usuelles ont des longueurs d'onde allant de 10^3 à 10^{-15} m. Le tableau ci-dessous indique les noms particuliers qu'elles portent. Les frontières indiquées entre les différents domaines ne sont qu'approximatives. Un des faits importants qui ressort de ce tableau est que la lumière visible n'est qu'un cas particulier des ondes électromagnéti-

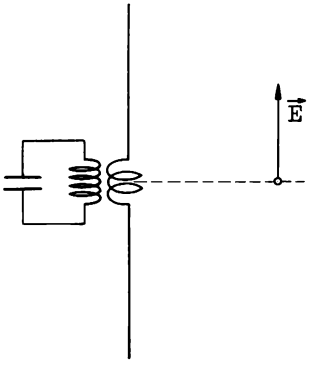
ques. Ainsi, l'optique devient un secteur de l'électrodynamique.



Les propriétés des ondes lumineuses - réflexion, réfraction, diffraction, polarisation - appartiennent aussi aux autres ondes électromagnétiques. Si la longueur d'onde est petite par rapport aux dimensions des objets près desquels les ondes circulent, leur propagation est rectiligne. Leur comportement peut alors être décrit à l'aide de droites qu'on appelle rayons.

Jusqu'ici, nous avons parlé d'ondes progressives. Lorsque deux ondes progressives ont la même direction de propagation, la même longueur d'onde, la même amplitude, des vecteurs $\vec{E}$ parallèles et se propagent en sens contraires, leur superposition donne lieu à une onde stationnaire. On peut réaliser cela, par exemple, en faisant tomber une onde sur une surface conductrice perpendiculaire à sa direction de propagation. Il y a une onde réfléchie et celle-ci interfère avec l'onde incidente. On peut mettre en évidence l'existence des ventres et des noeuds. Le calcul montre que le champ électrique et le champ magnétique ne sont pas en phase - comme c'est le cas dans une onde progressive - mais que les noeuds du champ électrique coïncident avec les ventres du champ magnétique, et vice versa.

Une onde électromagnétique peut être émise par le dispositif suivant. On réalise un circuit oscillant entretenu (§ 196). Près de la bobine de celui-ci, on place une antenne, simple conducteur rectiligne muni de quelques spires. L'antenne joue en quelque sorte le rôle du secondaire d'un transformateur. Un mouvement de charges apparaît dans l'antenne. En son milieu, elle est le siège d'un courant alternatif. A ses extrémités, où il ne peut évidemment pas y avoir de courant, s'accumulent alternativement des charges positives et des charges négatives. Les champs électrique et magnétique variables créés par l'antenne en-



gendrent une onde électromagnétique qui se propage dans l'espace. On peut montrer qu'en tout point du plan médiateur à l'antenne, le champ électrique est parallèle à l'antenne tandis que le champ magnétique lui est orthogonal.

Pour capter une onde électromagnétique, on peut utiliser une antenne parallèle au vecteur champ électrique. Celui-ci produit alors un courant alternatif dans l'antenne, courant qu'il faut ensuite amplifier.

RECUEIL D'EXERCICES

Principaux multiples et sous-multiples des unités

Les préfixes suivants servent à constituer de nouvelles unités.

Préfixe	Symbole	Valeur	Exemples
pico	p	10^{-12}	1 picofarad = 1 pF = 10^{-12} F.
nano	n	10^{-9}	1 nanoseconde = 1 ns = 10^{-9} s.
micro	μ	10^{-6}	1 microampère = 1 μA = 10^{-6} A.
milli	m	10^{-3}	1 millivolt = 1 mV = 10^{-3} V.
kilo	k	10^{3}	1 kilomètre = 1 km = 10^{3} m.
méga	M	10^{6}	1 mégahertz = 1 MHz = 10^{6} Hz.
giga	G	10^{9}	1 gigawatt = 1 GW = 10^{9} W.

En principe, ces préfixes peuvent être utilisés avec n'importe quelle unité. Toutefois, on évite ce qui heurte l'oreille (et elle peut être heurtée pour diverses raisons). Au lieu de micromètre, on dit micron. Au lieu de mégagramme, on dit tonne. Au lieu de mégaohm, on dit mégohm.

En outre, on évite l'accumulation des préfixes. Les termes mégakilogramme, millimicroseconde, etc, ne sont pas recommandés.

Le signe Δ, qui marque quelques exercices, indique que les réponses aux questions posées sont fournies à la fin du recueil. Les calculs numériques sont faits à la précision du disque à calcul.

Exercices relatifs au chapitre 1

1-1 Quelle est la charge portée par une mole d'ions ayant chacun une charge positive ?

1-2 Une boule de fer a une masse de 200 g. On place sur elle une charge positive de 10^{-6} C. Calculer la fraction d'électrons perdus.

1-3 Calculer la charge que l'on ferait apparaître sur une boule de fer de 200 g, si on enlevait tous ses électrons libres. On admettra que le fer possède un électron libre par atome. ▲

Exercices relatifs au chapitre 2

2-1 En un certain point de l'espace, une charge de 10^{-7} C subit une force de 10^{-2} N. Calculer l'intensité du champ électrique en ce point et la force que subirait une charge de 10^{-8} C si elle était placée au même point. ▲

2-2 On indique ici un résultat du chapitre 6: Les forces exercées l'une sur l'autre par deux charges ponctuelles sont inversement proportionnelles au carré de leur distance. Sachant cela, construire graphiquement, en quelques points, le champ électrique créé par deux charges opposées. A l'aide des vecteurs construits, esquisser les lignes de champ. Marche à suivre: Au point où l'on veut déterminer le champ, on place un corps d'épreuve chargé. On dessine les forces exercées sur ce corps par les deux charges données. On construit leur résultante. On considère cette force comme exercées par le champ électrique. On en déduit le vecteur-champ.

2-3 Deux charges ponctuelles de 4 et 6 μC sont situées à quelque distance l'une de l'autre. Elles exercent l'une sur l'autre des forces de 0,4 N.
a) Calculer le champ électrique produit par la première à l'endroit où se trouve la seconde.
b) Calculer le champ électrique produit par la seconde à l'endroit où se trouve la première.

Exercices relatifs au chapitre 3

Note: Dans les problèmes concernant l'accélération de particules, on se souviendra que l'énergie cinétique ne s'exprime par la relation

$$W_{cin} = \tfrac{1}{2}mv^2$$

que si la vitesse de la particule est très inférieure à la vitesse de la lumière. Si cette condition n'est pas réalisée, il faut utiliser l'expression générale fournie par la théorie de la relativité:

$$W_{cin} = (m - m_o)c^2.$$

3-1 Les plaques d'un condensateur plan sont disposées horizontalement à 5 cm l'une de l'autre.
a) Quelle tension faudrait-il appliquer à ces plaques pour qu'un électron se trouvant entre elles soit en équilibre, la force électrique compensant exactement le poids ?
b) Quelle serait l'accélération de cet électron si on appliquait aux plaques une tension de 6 volts. Δ

3-2 On relie les bornes d'une pile de 4,5 volts à un fil métallique ayant 1 km de long. En admettant que le champ électrique ait la même intensité tout le long du fil, calculer la force qu'il exerce sur les électrons libres et l'accélération que ceux-ci subissent entre deux chocs consécutifs.

3-3 Dans un champ électrique uniforme, on considère trois points A, B et C constituant les sommets d'un triangle équilatéral de 10 cm de côté. Le vecteur $\vec{E}$ a une grandeur de 15 V/m. Il fait un angle de 20° avec le vecteur $\overrightarrow{AB}$ et un angle de 40° avec le vecteur $\overrightarrow{AC}$. Déterminer les tensions entre A et B, entre B et C et entre C et A. Δ

3-4 Deux conducteurs filiformes, de longueurs respectives a et b, sont fixés l'un à l'autre par une de leurs extrémités. Leurs autres extrémités sont reliées aux bornes d'une pile de tension U. Dans chaque conducteur, le champ électrique a une grandeur constante. Dans le premier conducteur, le champ est dix fois plus intense que dans le second. Déterminer l'intensité du champ dans chaque conducteur.
Application numérique: U = 4,5 V, a = 20 m, b = 50 m.

3-5 Un condensateur plan est relié à un générateur dont la tension est U. Ses armatures sont à une distance d et possèdent deux petits trous A et B sur une même perpendiculaire aux plaques. Depuis l'extérieur, on lance des électrons à l'intérieur du condensateur, à une vitesse $\vec{v}_o$, le long de la droite AB, dans le sens où ils sont ralentis par le champ et on cherche à les faire traverser le condensateur. v_o est beaucoup plus petit que c.
a) On suppose que les électrons atteignent l'autre plaque. Calculer leur vitesse lorsqu'ils y arrivent.
b) On suppose que les électrons sont freinés complètement avant d'arriver de l'autre côté du condensateur. Calculer la distance de freinage et la durée de celui-ci. Δ

3-6 Quelle est la vitesse acquise par un électron initialement immobile, s'il est accéléré sur un parcours entre les extrémités duquel il y a une tension de 1 volt ? Faire le même problème pour un proton. Δ

3-7 Par quelle tension ont été accélérés des électrons qui ont la vitesse de 72'000 km/h, si leur vitesse initiale était nulle ?

3-8 Une particule α (noyau d'hélium) entre, avec une vitesse de 100 km/s, dans un champ électrique uniforme dont les lignes sont parallèles à sa trajectoire et de même sens. La particule sort du champ électrique après avoir franchi un trajet entre les extrémités duquel il y a une tension de 500 V. Quelle est alors sa vitesse ?

3-9 Avec quelle tension faut-il accélérer des électrons et des protons pour que leur masse subisse une augmentation de 1 % ?

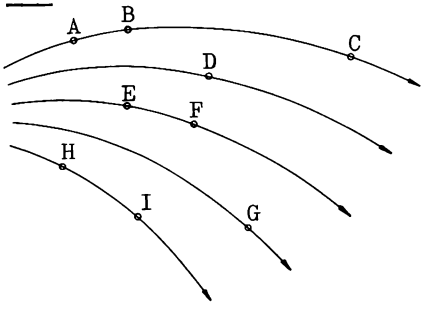
3-10 Avec quelle tension faut-il accélérer une particule α pour que sa masse devienne trois fois plus grande ?

3-11 Un proton a une énergie cinétique initiale de 400 keV. Il passe dans un champ électrique dont l'intensité est de 100'000 V/m. Sa trajectoire est parallèle aux lignes du champ et a une longueur de 2 m. Calculer son énergie finale dans les deux cas suivants:
a) sa vitesse a le même sens que le champ,
b) sa vitesse est de sens contraire.

3-12 Un accélérateur de particules, du type Van de Graaff, produit des protons, des deutons et des électrons de 4 MeV. Déterminer la vitesse de ces particules.

Exercices relatifs au chapitre 4

4-1



On considère différents points d'un champ électrique. On choisit le point D comme point de référence du potentiel. La tension entre les points A et B est égale à 2 volts. Indiquer de façon approximative la valeur du potentiel de chacun des points donnés. Δ

4-2 On considère deux points A et B du champ électrique créé par un générateur de van de Graaff. Ces deux points sont sur la même ligne de champ et sont distants de 1 cm. Les potentiels de ces points sont respectivement de 7'400 V et de 7'800 V. Calculer l'accélération d'un électron se trouvant entre ces points.

Exercices relatifs au chapitre 5

5-1 Dans un champ électrique uniforme dont l'intensité est E, on considère un cube d'arête a. Deux des faces du cube sont parallèles aux lignes du champ. Deux autres faces forment avec les lignes de champ un angle aigu α. Déterminer le flux du champ électrique à travers chacune des faces du cube et le flux total à travers le cube.
Application numérique: E = 12 V/m, a = 20 cm, $\alpha = 30^{\circ}$.

5-2 Dans un écoulement de liquide, on considère une source et un puits distants de 2 m. La première débite 15 m^3/sec. Le second, 8 m^3/sec. Calculer le flux à travers une sphère de 3 m de diamètre dans les trois cas suivants. Le centre de la sphère se trouve
a) sur le puits,
b) sur la source,
c) au milieu du segment source-puits. Δ

Exercices relatifs au chapitre 6

6-1 Une sphère métallique de 10 cm de rayon porte une charge de 10^{-5} C. Calculer l'intensité du champ électrique dans le voisinage immédiat de la sphère.

6-2 Deux charges égales, situées à 1 m l'une de l'autre, se repoussent avec une force de 1 N. Que valent ces charges ? Δ

6-3 Quelle est la distance qui sépare les deux charges mentionnées dans l'exercice 2-3 ? 0,73

6-4 Une charge de 10^{-8} C se trouve à 50 cm d'une charge Q. Elle est attirée par une force de 10 g*. Déterminer Q.

6-5 Quelle est l'accélération subie par un électron qui se trouve à 5 cm d'une sphère métallique ayant un diamètre de 20 cm et possédant une charge de 10^{-5} C ?

6-6 Une boule de cuivre a un diamètre de 10 cm. On suppose qu'on lui arrache tous ses électrons libres.
a) Quelle est l'intensité du champ électrique au voisinage de la boule ?

b) Quelle est la force qui serait exercée par cette boule sur une boule semblable située sur la lune ? Distance terre-lune: 384'000 km.

6-7 Des charges sont réparties dans une matière isolante ayant la forme d'une sphère de rayon R. Chaque unité de volume de ce corps porte la même charge. Soit ρ la densité de charge, c'est-à-dire la charge par unité de volume. Déterminer l'intensité du champ électrique créé par ces charges, à l'intérieur et à l'extérieur de la sphère. ▲

6-8 Des charges sont réparties dans une matière isolante ayant la forme d'un cylindre de rayon R et de hauteur h. Chaque unité de volume de ce corps porte la même charge. Soit ρ la densité de charge, c'est-à-dire la charge par unité de volume. Déterminer l'intensité du champ électrique créé par ces charges à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre. On suppose que la hauteur du cylindre est beaucoup plus grande que son rayon et on néglige les effets de bord aux extrémités du cylindre.

6-9 Déterminer la vitesse et le temps de révolution d'un électron autour d'un proton en admettant que les lois de la mécanique soient valables à cette échelle. On supposera que la trajectoire est un cercle de rayon r.
Applications numériques: $r = 10^{-8}$ m, $r = 10^{-4}$ m, $r = 1$ m.

6-10 On considère trois points A, B et C tels que AB = 20 cm, BC = 20 cm, et $\sphericalangle ABC = 90^{o}$. En A, on place une petite boule métallique portant une charge positive de 10^{-8} C. En B, on place une boule analogue portant une charge négative de même valeur absolue. Le système se trouve dans le vide. Un électron passe au point C. Déterminer son accélération en ce point. (On indiquera la grandeur de l'accélération et l'angle qu'elle fait avec la direction BC.) On suppose que la vitesse de l'électron reste nettement inférieure à la vitesse de la lumière.

6-11 Deux petites boules de masse m, suspendues par des fils isolants de longueur L à un même point fixe, portent des charges Q_1 et Q_2 de même signe. Quel est l'angle de chaque fil avec la verticale lorsque le système est en équilibre ?
Application numérique: m = 2 g, L = 1 m, $Q_1 = 5.10^{-9}$ C, $Q_2 = 10^{-8}$ C.

6-12 Une sphère métallique pleine, de rayon R, porte une charge positive Q. Déterminer le potentiel en un point situé à une distance d de la surface de la sphère. On calculera le potentiel V en plaçant le point de référence à l'infini, puis le potentiel V' obtenu en plaçant le point de référence à la surface de la sphère.
Application numérique: $Q = 10^{-8}$ C, R = 5 cm, d = 20 cm. ▲

6-13 En un point P situé à 25 cm du centre d'une petite boule chargée, le champ électrique a une intensité de 400 V/m. Calculer le potentiel au point P (le point de référence du potentiel étant à l'infini).

Exercices relatifs au chapitre 7

7-1 Au voisinage d'un conducteur chargé statiquement, le champ a une intensité de 10'000 V/m. Calculer la charge que porte une petite surface de 5 mm^2 de ce conducteur.

7-2 A l'intérieur d'une sphère métallique creuse, on place, d'une manière excentrique, une charge ponctuelle négative. Montrer par un dessin l'allure des lignes de champ et dire comment sont réparties les charges sur les parois intérieure et extérieure de la sphère.

7-3 On a deux sphères métalliques creuses, d'épaisseur négligeable et de rayons R_1 et R_2 ($R_1 < R_2$). La plus grande peut être divisée en deux hémisphères. On place sur la petite sphère une charge positive Q_1 et sur l'un des hémisphères une charge Q_2, également positive. On place les deux hémisphères l'un contre l'autre autour de la petite sphère, de manière à obtenir deux sphères concentriques. Déterminer la valeur du champ électrique en tout point de l'espace.

Exercices relatifs au chapitre 8

8-1 Un condensateur plan porte une charge de 10^{-10} C. Ses plaques ont une aire de 4 dm^2 et sont distantes de $\frac{1}{2}$ mm. Calculer le champ électrique entre les plaques.

8-2 Un condensateur est fait de deux plaques planes parallèles dont l'aire vaut 10 dm^2 et qui sont placées à 0,1 mm l'une de l'autre.
a) Calculer la capacité de ce condensateur.
b) On le relie à une pile dont la tension est de 6 volts. Quelle charge emmagasine-t-il ?
c) On enlève les connexions et, sans changer la charge, on place les plaques à 1 cm l'une de l'autre. Calculer la nouvelle tension. ▲

8-3 Un condensateur plan est formé de deux plaques circulaires de 20 cm de diamètre, distantes de 2,4 cm.
a) Quelle est la charge qu'il emmagasine lorsqu'on le relie à une pile ayant une tension de 12 volts ?
b) On enlève les connexions et, sans changer la charge, on place les plaques à 1 mm l'une de l'autre. Calculer la nouvelle tension.

8-4 Calculer la capacité d'un condensateur formé de deux cylindres coaxiaux ayant des diamètres de 19,9 cm et 20,1 cm, une épaisseur négligeable et une hauteur de 30 cm.

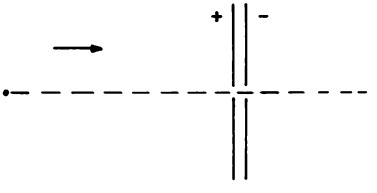
8-5 Des condensateurs de 1 μF, 4 μF et 1,333 μF sont placés en série et reliés à une pile dont la tension est de 100 V. Calculer la charge de chaque condensateur et leur tension aux bornes.

8-6 Un condensateur de capacité C_1 et possédant une charge Q est relié à un condensateur déchargé et de capacité C_2. Comment la charge Q se répartit-elle entre les deux condensateurs ? ▲

8-7 On colle du papier d'aluminium sur les faces intérieures et extérieures d'un bocal de verre, de forme cylindrique. Le diamètre du récipient est de 12 cm, sa hauteur de 30 cm et son épaisseur de 2 mm. Le papier s'arrête à 5 cm du haut du récipient. Calculer la capacité de ce condensateur. ▲

8-8 Une sphère métallique de rayon a est mise en contact avec la borne positive d'une source de courant. Cette borne est à un potentiel V relativement à la terre. Déterminer la charge prise par la boule.
Application numérique: a = 5 mm, V = 10'000 volts.

8-9 Un condensateur plan a une capacité de 400 pF et porte une charge de 4.10^{-7} C. Deux petits trous ont été faits dans les plaques. Un proton est lancé à travers les petits trous et décrit une trajectoire perpendiculaire aux plaques. Connaissant la vitesse initiale de la particule, 400 km/s, calculer sa vitesse après la traversée du condensateur.



Exercices relatifs au chapitre 9

9-1 Un condensateur dont la capacité est de 0,1 μF est chargé sous une tension de 5'000 V. On le décharge partiellement de manière que sa tension finale soit de 4'000 V. Calculer l'énergie perdue. ▲

9-2 On place une charge de 10^{-7} C sur le condensateur formé par deux plaques rectangulaires de 25 cm sur 40 cm et distantes de 1 mm. Calculer la densité d'énergie du champ électrique, l'intensité de celui-ci et l'énergie contenue dans le condensateur.

9-3 Un condensateur de capacité C_1 et possédant une charge Q est relié à un condensateur déchargé et de capacité C_2. Calculer la perte d'énergie que subit le système en passant de son état initial à son état final.

9-4 Un condensateur plan est formé de deux plaques circulaires de distance variable et ayant chacune 10 cm de rayon. On les place à 0,5 mm l'une de l'autre et on les relie aux bornes d'une source dont la tension est de 1000 volts. On enlève les connexions de manière que chaque plaque soit isolée de tout et on amène une plaque à 2 cm de l'autre.
a) Déterminer l'énergie du condensateur dans chacune des deux positions.
b) Quelle quantité d'eau à 0^o pourrait-on chauffer jusqu'à 100^o en utilisant l'énergie que contient le condensateur dans sa dernière position ?

9-5 Une sphère métallique de rayon R_1 possède une charge positive Q. On l'entoure d'une sphère métallique creuse, d'épaisseur non négligeable, de rayon intérieur R_2 et de rayon extérieur R_3. Cette sphère possède une charge totale nulle. Les sphères sont concentriques.
a) A l'aide de la loi de Gauss, calculer le champ électrique en tout point de l'espace. Distinguer quatre régions.
b) Par intégration, calculer l'énergie totale contenue dans le champ électrique créé par ce système. ▲

9-6 Un condensateur cylindrique est constitué de deux tubes coaxiaux et concentriques, de hauteur commune h et de rayons respectifs R et R + d. L'armature intérieure porte une charge positive Q, l'armature extérieure une charge -Q.
a) Calculer la capacité de ce condensateur.
b) Calculer par intégration l'énergie contenue dans le champ de ce condensateur.
c) Calculer la même énergie à partir de la capacité.
d) Calculer la valeur de la capacité lorsque $d \ll R$. Vérifier qu'elle s'exprime par la formule du condensateur plan.

9-7 On a trois cylindres métalliques coaxiaux et concentriques. Ils ont une hauteur commune h. Le premier est plein, a un rayon R et porte une charge positive Q. Le second est creux, a un rayon intérieur 2R, un rayon extérieur 3R et porte une charge totale q positive. Le troisième est également creux, a des rayons 4R et 5R, et est relié à la terre par un conducteur. Le système est tel que $h \gg R$.
a) Calculer le champ électrique dans l'espace compris entre les tubes.
b) Calculer par intégration l'énergie contenue dans ce champ.

9-8 Déterminer par intégration l'énergie contenue dans le champ électrique créé par le système de l'exercice 7-3.

Exercices relatifs au chapitre 10

10-1 Un condensateur de 4 μF est chargé sous une tension de 100 V. On joint ses armatures par un conducteur de grande résistance. 20 secondes plus tard, on constate que la tension s'est abaissée à 99,5 V. Quel est le courant de décharge ? ▲

10-2 Les bornes d'une pile sont aux potentiels respectifs de - 7 et de + 20 volts. Elles sont reliées par un fil de 500 m de long dans lequel s'établit un champ de grandeur constante.
a) Calculer la force électrique qui s'exerce sur chaque électron.
b) Dans une section du fil, il passe 10^{16} électrons par heure. Calculer le courant.
c) Calculer le travail effectué par la pile si elle maintient ce courant pendant un jour.

10-3 Exprimer ε_0 à l'aide des unités: m, kg, s et C. Ne pas utiliser d'autre unité. ▲

10-4 Exprimer 1 A à l'aide des unités m, kg, s et V.

Exercices relatifs au chapitre 11

11-1 Calculer la résistance d'un fil de cuivre dont la section est de 0,01 mm^2 et la longueur de 2 km.

11-2 Un tuyau de caoutchouc a une longueur de 25 m et un diamètre intérieur de 1 cm. Il contient une solution de sel de cuisine dont la résistivité est de 10^{-1} ohm.m. Les extrémités du tuyau sont reliées à une source de courant dont la tension est de 4 V.
a) Calculer la résistance du conducteur.
b) Calculer la force exercée par le champ électrique sur les transporteurs de charges.
c) Quel est le diamètre d'un fil de cuivre ayant même longueur et même résistance que le tuyau. ▲

11-3 Un accumulateur a une tension de 6 V. On relie ses bornes par un fil de cuivre de 10 km de long. Quelle doit être la section de ce fil si l'on veut qu'un courant de 1 mA s'y établisse ? Exprimer cette section en mm^2.

11-4 Un fil de maillechort a une section de 1 mm^2. Il y règne un champ électrique de 6 V/m. La résistivité du maillechort est de 3.10^{-7} ohm.m. Calculer l'intensité du courant dans le fil.

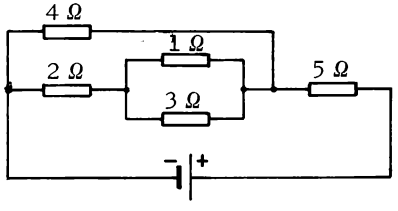
11-5 Un fil de cuivre a une section de 0,1 mm^2. il est traversé par un courant de 300 mA.

a) Quelle est la force exercée par le champ électrique sur les électrons libres du cuivre ?
b) Quelle est la tension aux bornes de ce conducteur si sa longueur est de 300 m ?

11-6 Un câble de cuivre de densité 8,94 pèse 200 kg* et sa résistance est de 0,64 ohm. Calculer sa longueur et sa section.

11-7 Un condensateur de 1 μF porte une charge de 10^{-3} C. On le relie à une résistance de 1 MΩ (c'est-à-dire d'un million d'ohms).
a) Calculer le courant au début de la décharge.
b) Expliquer pourquoi ce courant n'est pas constant.
c) En admettant qu'il soit à peu près constant pendant le premier centième de seconde de la décharge, calculer la valeur de la charge et de la tension du condensateur après ce laps de temps.

11-8

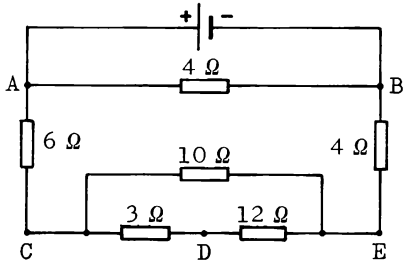


Dans le circuit ci-contre, la résistance de 3 ohms est parcourue par un courant de 12 mA. Calculer la tension aux bornes de la source. Δ

11-9 a) Un fil de fer a une longueur de 600 m et une section de 2 mm^2. Ses extrémités sont reliées à un générateur dont la tension est de 20 V. Calculer la vitesse des électrons libres dans le fil et leur mobilité. On admet qu'il y a, dans le fer, 10^{29} électrons libres par m^3. ($\rho_{fer} = 11.10^{-8}$ ohm.m).
b) Dans le circuit précédent, on interpose un fil de cuivre de 1 km de long et de 1 mm^2 de section, de façon que les deux conducteurs soient en série. Calculer la vitesse des électrons libres dans chaque conducteur. On admet que le cuivre possède également 10^{29} électrons libres par m^3. Δ

11-10 Une résistance est constituée par un fil de maillechort dont le diamètre est de 0,6 mm, la longueur de 1 m et la résistivité de 3.10^{-7} ohm.m. Elle est reliée à une source aux bornes de laquelle il y a une tension de 2 volts. La liaison est faite au moyen de deux fils de cuivre ayant une section de 1 mm^2 et une longueur de 1,20 m. Calculer la tension entre les extrémités de chaque élément du circuit.

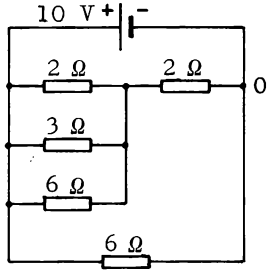
11-11



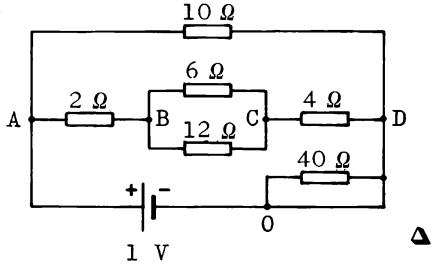
Dans le circuit ci-contre, la résistance de 12 ohms est parcourue par un courant de 0,2 A. Calculer la tension aux bornes de la source et le potentiel des points A, C, D et E, sachant que le potentiel de B est nul.

11-12 Calculer le courant dans chaque résistance et le potentiel de chaque fil de connexion. Placer le point de référence du potentiel au point O indiqué.

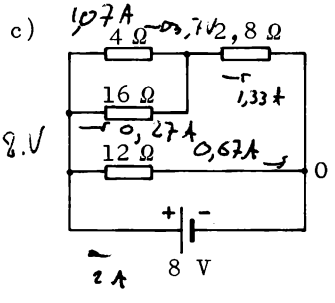
a)



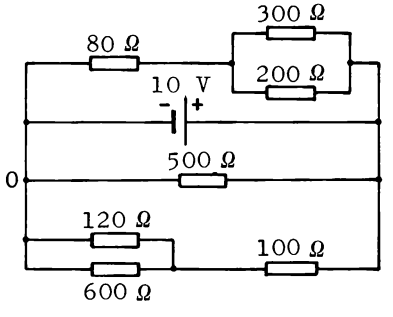
b)



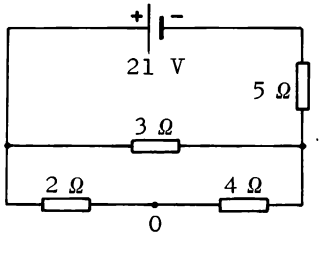
c)



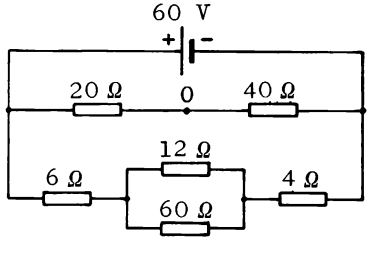
d)



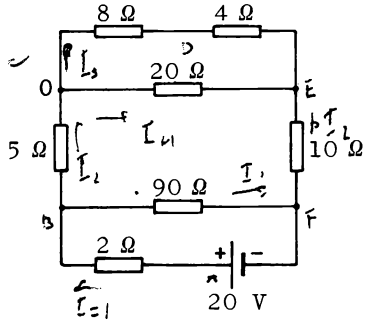
e)



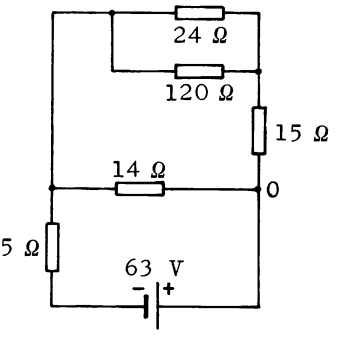
f)



g)

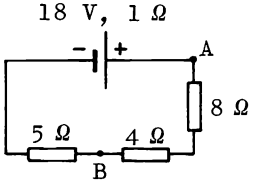


h)



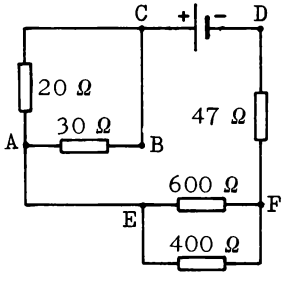
Exercices relatifs au chapitre 12

12-1



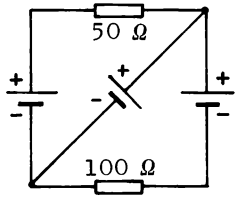
a) Déterminer la tension entre les points A et B du circuit ci-contre.
b) On complète le circuit en joignant les points A et B par une résistance de 4 ohms. Calculer le courant qui la traverse. ▲

12-2 Une source de courant a une tension électromotrice de 60 V et une résistance intérieure de 1 ohm. Elle alimente le circuit ci-contre. On choisit le zéro du potentiel à la borne négative D de la source.



a) Déterminer le courant dans chaque branche du circuit et le potentiel de tous les points indiqués.
b) En suite d'un accident, le point E vient en contact avec le point B. Calculer ce que vaut alors le potentiel de F. ▲

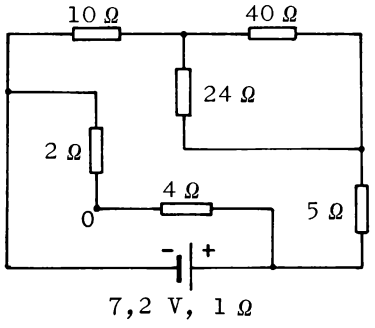
12-3



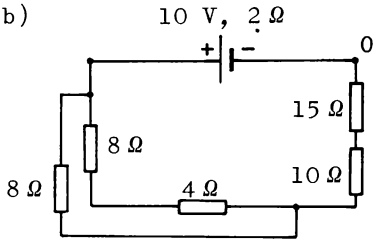
Trois générateurs identiques, caractérisés par une tension électromotrice de 10 V et une résistance interne de 2 ohms sont reliés selon le schéma ci-contre à deux résistances de 100 et de 50 ohms. Calculer tous les courants.

12-4 Calculer le courant circulant dans chaque conducteur des circuits ci-dessous. Déterminer le potentiel de chaque fil de connexion. Le point O indiqué a le potentiel zéro.

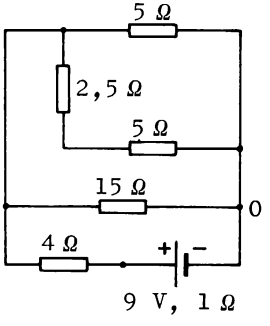
a)



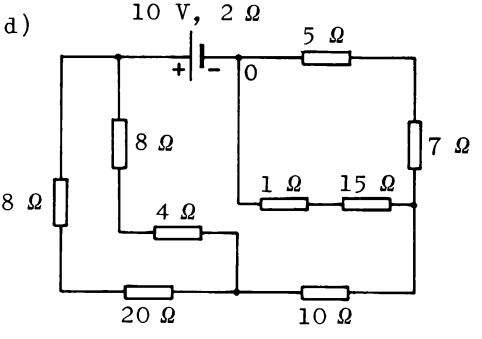
b)



c)

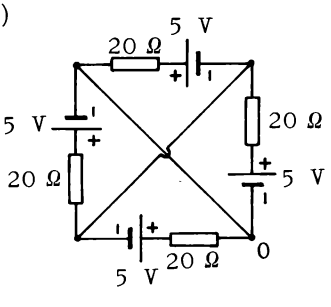


d)

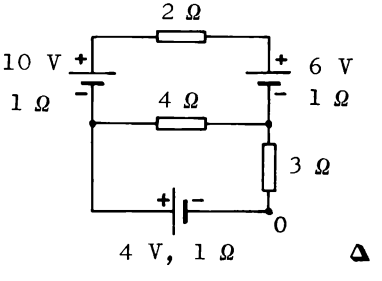


12-5 Déterminer le courant dans chaque branche des circuits ci-après. Calculer le potentiel des bornes de chaque source de courant en attribuant au point O le potentiel zéro.

a)

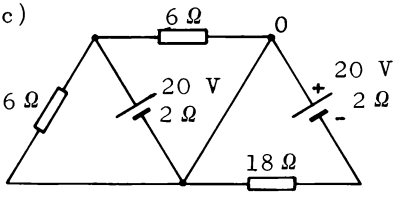


b)

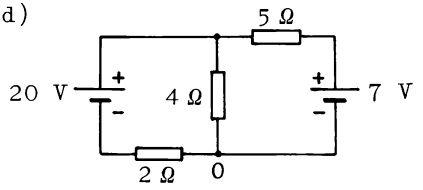


Δ

c)

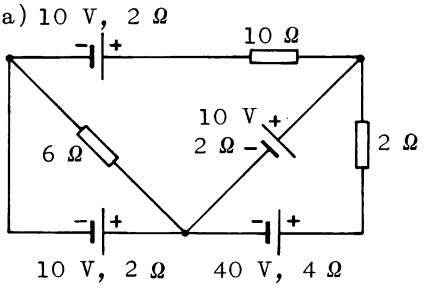


d)

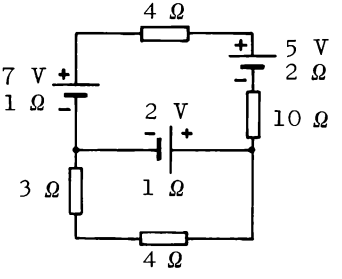


12-6 Calculer tous les courants des circuits suivants.

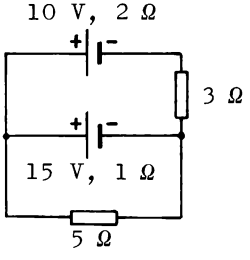
a) 10 V, 2 Ω



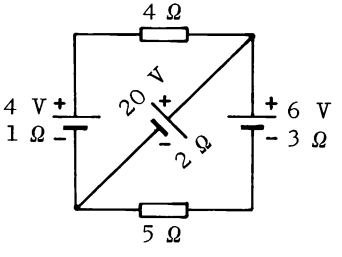
b)



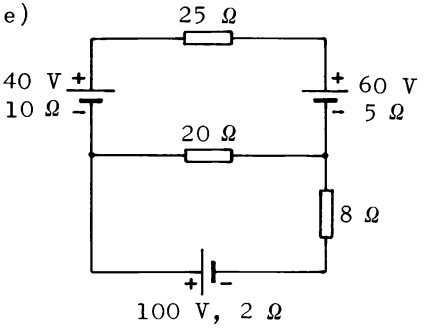
c)



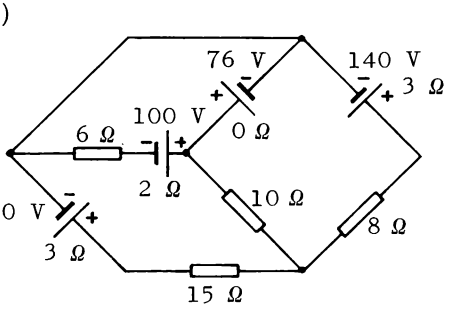
d)



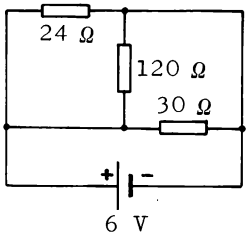
e)



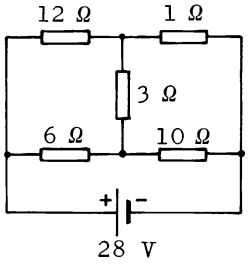
f)



g)



h)



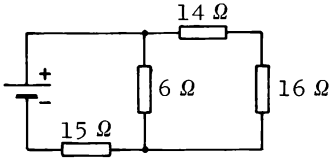
Exercices relatifs au chapitre 13

13-1 Un radiateur électrique porte les indications 220 V, 1200 W. Quelle est la résistance des fils qui constituent le bobinage ?

13-2 Un générateur a une tension électromotrice de 6 volts et une résistance interne de 2 ohms.
a) Quel est le courant maximum qu'il peut débiter ?
b) On le branche sur une résistance de 10 ohms. Quelle est la chaleur dégagée en une minute dans cette résistance ? Δ

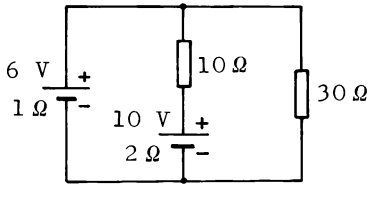
13-3 On a deux petites lampes électriques sur lesquelles il est écrit 8 volts, 1 watt. On a à disposition un accumulateur de 20 volts et de résistance intérieure négligeable. On monte en série ces deux lampes, une résistance R et la source de courant.
a) Calculer la valeur que doit avoir R pour que les lampes fonctionnent normalement.
b) Calculer le rendement du système.

13-4



On donne le circuit ci-contre. La tension aux bornes de la pile est de 2 volts.
a) Calculer le courant dans chaque résistance.
b) Calculer la puissance dégagée dans la résistance de 16 Ω.

13-5 Un accumulateur a une tension électromotrice de 6 volts et une résistance intérieure de 1 ohm. Un second accumulateur a une tension électromotrice de 10 volts et une résistance intérieure de 2 ohms. Ces deux sources de courant sont reliées à des résistances de 10 ohms et de 30 ohms comme l'indique le schéma ci-contre. Calculer la chaleur dégagée



dans la résistance de 30 ohms pendant une heure.

13-6 Une plaque chauffante consomme 2400 watts. Elle est branchée sur le réseau (220 volts).
a) Quelle est sa résistance ?
b) Combien met-elle de temps pour amener 10 litres d'eau de 10 à 100° C, si les pertes de chaleur sont négligeables ?

13-7 La capacité calorifique d'un fer à repasser est de 200 cal/(°). Son corps de chauffe a une résistance de 60 ohms. On suppose qu'il n'y a pas de pertes de chaleur. Durant combien de temps ce fer doit-il être branché sur une tension de 220 volts pour passer de 20 à 130° C ? Comment ce temps est-il modifié si le fer est branché sur une tension de 110 volts ?

13-8 Un boiler est alimenté par le réseau (220 volts). Il chauffe 120 litres d'eau de 10 à 90° en 6 heures. Quelle est la résistance du corps de chauffe ? Quel est le courant qui la traverse ?

13-9 On a un générateur dont la tension électromotrice vaut U et la résistance interne r. On le branche sur une résistance extérieure R qu'on fait varier.
a) Calculer la puissance dissipée dans la résistance extérieure en fonction de U, r et R.
b) Quelle doit être la valeur de la résistance extérieure pour que la puissance qui s'y dégage soit maximum ?

13-10 Un moteur est branché sur une tension de 220 volts. Il est traversé par un courant de 3,5 ampères et il fournit une puissance mécanique de 1 cheval.
a) Calculer la tension contre-électromotrice, la résistance interne et le rendement du moteur.
b) Calculer le courant qui traverserait le moteur si on le bloquait et que sa tension aux bornes demeurait égale à 220 V. ▲

13-11 On maintient constante et égale à 30 volts la tension aux bornes d'un moteur. La résistance du bobinage est de 5 ohms. En régime normal, le courant traversant le moteur est de 1 A.
a) Quel est le courant dans le moteur lorsque celui-ci est bloqué ?
b) Lorsque le moteur fonctionne, quelle est la tension contre-électromotrice et la puissance mécanique ?
c) Quel est le rendement du moteur ?

Exercices relatifs au chapitre 14

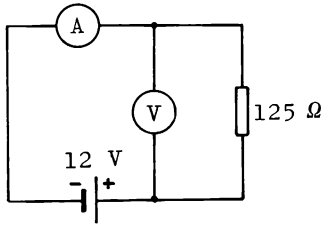
14-1 Une pile a une tension électromotrice de 6 volts et une résistance interne de 1 ohm. On relie ses bornes à une résis-

tance de 11 ohms.
a) Calculer le courant débité et la tension aux bornes de la pile.
b) On introduit dans le circuit un ampèremètre dans le but de mesurer ce courant. L'instrument a une résistance interne de 0,5 ohm. Le courant débité par la pile change-t-il ? Si oui, quelle est sa nouvelle valeur ?
c) Calculer la chaleur dégagée dans l'ampèremètre par le passage du courant durant 5 min. Δ

14-2 La pile du problème précédent est reliée à deux résistances en série valant 64 ohms et 55 ohms.
a) Quelle est la tension aux bornes de la résistance de 64 ohms ?
b) On cherche à vérifier expérimentalement ce résultat à l'aide d'un voltmètre dont la résistance intérieure est de 960 ohms. Qu'indique le voltmètre ? Δ

14-3 Un circuit comprend en série: une batterie de 20 volts et de résistance interne négligeable, une résistance x et une résistance y. On mesure les tensions aux bornes de ces deux résistances à l'aide d'un voltmètre dont la résistance intérieure vaut 600 ohms. On trouve respectivement 12 et 6 volts. Calculer x et y.

14-4 Une source de courant a une tension électromotrice de 12 volts et une résistance intérieure négligeable. On la branche sur une résistance de 125 ohms. On complète le circuit avec un voltmètre et un ampèremètre dont les résistances internes sont de 1'000 et de 10 ohms respectivement. Déterminer la valeur indiquée par chaque instrument de mesure et le courant dans la résistance de 125 ohms.

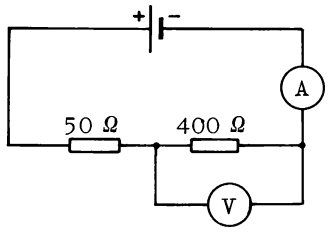


14-5 Une pile a une tension électromotrice de 10 volts et une résistance intérieure de 2 ohms. Quelle tension mesure-t-on aux bornes de cette pile lorsqu'on se sert
a) d'un électromètre ?
b) d'un voltmètre dont la résistance interne est de 240 ohms ?

14-6 Une source de courant a une tension électromotrice de 220 volts et une résistance intérieure de 10 ohms. On alimente un fer à repasser dont la résistance est de 90 ohms. On mesure la tension aux bornes de la source avec un voltmètre et le courant dans le fer à repasser avec un ampèremètre. Ces deux instruments ont des résistances de 900 et 10 ohms res-

pectivement. Calculer la tension et le courant indiqués par les instruments de mesure, et la puissance du fer à repasser.

14-7 On dispose d'une source de courant continu dont la tension électromotrice est de 60 V et la résistance intérieure de 8 ohms. On monte un circuit comprenant deux résistances de 50 et de 400 ohms en série. On installe en outre un ampèremètre et un voltmètre comme l'indique la figure. Ces instruments ont des résistances internes de 2 et de 600 ohms respectivement.



a) Quelles sont les valeurs indiquées par les instruments de mesure ?

b) On fixe le potentiel zéro au point de jonction des deux résistances. Calculer le potentiel de chaque borne de la source.

14-8 Une pile dont la tension électromotrice est de 8,4 volts et la résistance intérieure de 2 ohms est branchée sur une résistance de 48 ohms. On mesure la tension aux bornes de la pile à l'aide d'un voltmètre dont la résistance intérieure est de 240 ohms. Calculer les puissances dissipées sous forme de chaleur dans la pile, dans le voltmètre et dans la résistance.

14-9 Le cadre d'un galvanomètre a une résistance de 20 ohms. Calculer la valeur du shunt tel qu'il faudra multiplier par 100 les indications de l'appareil. ▲

14-10 Un ampèremètre est shunté pour que sa sensibilité soit divisée par 50. La résistance de l'instrument shunté est de 0,2 ohm. Quelle est la résistance propre de l'instrument et quelle est la valeur du shunt ?

14-11 L'aiguille d'un ampèremètre dévie de 20^{o} lorsque l'instrument est traversé par un courant de 10 mA. Le cadran est gradué sur un angle de 200^{o}. La résistance interne de l'instrument est de 10 ohms. Quel est le shunt qui doit être appliqué pour que l'instrument puisse mesurer des courants allant jusqu'à 10 A ?

14-12 Si on applique une tension de 0,2 volt à un voltmètre, l'aiguille dévie de 1^{o}. L'échelle est graduée sur un angle de 60^{o}. La résistance interne est de 500 ohms. Quel est le shunt qui doit être adjoint à l'instrument pour que l'on puisse mesurer des tensions allant jusqu'à 600 volts ?

14-13 Un galvanomètre a une résistance interne de 50 ohms. La déviation totale de l'aiguille a lieu pour un courant de 10^{-5}

ampères.
a) On met en série avec cet instrument une résistance de 10^6 ohms et on utilise le système comme voltmètre. Quelle est la tension qui provoque la déviation totale de l'aiguille ?
b) On utilise le même galvanomètre pour mesurer des courants allant jusqu'à 1 mA. Quel shunt faut-il mettre ?

Exercices relatifs au chapitre 17

17-1 Un électron se déplace au-dessus de l'atmosphère, à une vitesse de 1000 km/sec, perpendiculairement aux lignes du champ magnétique terrestre. Dans la région où il se trouve, l'intensité de l'induction est de 10^{-6} tesla. Déterminer la force subie par l'électron, son accélération et le rayon de courbure de sa trajectoire. ▲

17-2 Dans un oscillographe cathodique, les électrons ont été accélérés par une tension de 1'200 V. Sous l'influence d'un champ magnétique perpendiculaire au faisceau, leur trajectoire a un rayon de courbure de 10 cm. Déterminer l'intensité de l'induction. ▲

17-3 Des électrons sont accélérés par une tension de 200 volts. Lorsqu'ils sont déviés par un champ magnétique de 20 gauss, on observe qu'ils décrivent un cercle ayant 2,38 cm de rayon. De cette expérience, déduire le rapport e/m.

17-4 Une particule α entre, avec une vitesse de 100 km/sec, dans un champ d'induction dont les lignes sont perpendiculaires à sa vitesse. L'intensité de l'induction étant de 0,01 T, calculer le rayon de courbure de la trajectoire.

17-5 Un électron et un proton au repos sont accélérés par une tension de 2000 volts. Ils sont lancés dans un champ d'induction uniforme, perpendiculairement aux lignes du champ.
a) Calculer la vitesse de ces particules.
b) Sachant que B = 0,5 tesla, calculer les rayons de courbure des trajectoires.
c) Calculer l'intensité que devrait avoir l'induction pour que les rayons de courbure soient de 1 m.

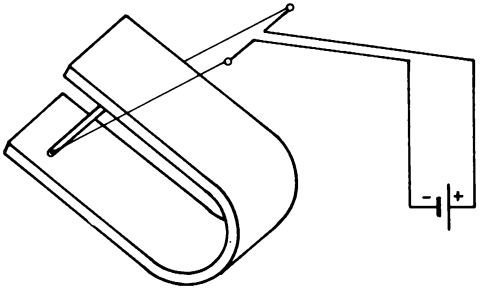
17-6 Le champ d'induction d'un cyclotron vaut 0,1 tesla. Son diamètre est de 2 m. On y accélère des protons. La tension entre les dees varie entre + et - 10'000 volts. Calculer:
a) la fréquence de cette tension,
b) l'énergie finale des protons,
c) le nombre de passages entre les dees,
d) le temps nécessaire à l'accélération complète d'un proton,
e) la vitesse finale des protons.

Exercices relatifs au chapitre 18

18-1 Un fil de cuivre dont la section est de 1 mm^2 est placé horizontalement dans un champ d'induction dont les lignes sont horizontales et perpendiculaires au fil. Ce fil est traversé par un courant de 10 A. Quelle doit être l'intensité de l'induction pour que la force exercée par le champ magnétique compense exactement le poids du fil et que celui-ci soit en équilibre en l'air ?

18-2 Une tige métallique horizontale, ayant une masse m et une longueur a, est suspendue à deux fils souples, verticaux, conducteurs et de masse négligeable. Cette tige est placée dans l'entrefer d'un aimant dont l'induction est verticale et a une intensité B. On établit un courant I dans le système. Déterminer l'angle que font alors les fils de suspension avec la verticale, si le système est en équilibre.
Application numérique: a = 9 cm, m = 30 g, B = 0,01 tesla, I = 2 A. Δ

18-3 Une barrette de métal, de masse m et de longueur a est suspendue à deux fils conducteurs souples à la manière d'un trapèze volant. Le système est traversé par un courant I. La barrette est placée dans le champ magnétique d'un aimant en fer à cheval incliné à 45° par rapport à la verticale. L'intensité de l'induction est B. La barrette est perpendiculaire aux lignes du champ.



Déterminer l'angle α fait par les fils de suspension avec la verticale lorsque le système est en équilibre.

18-4 Le cadre d'un galvanomètre comprend 500 spires de forme carrée (côté: 1 cm). Il est placé dans un champ magnétique dont l'intensité est de 0,15 T. Les fils de suspension sont tels qu'un couple de 10^{-7} Nm produit une torsion d'un quart de tour. Quel est l'angle de déviation du galvanomètre lorsqu'il est traversé par un courant de 10^{-5} A.
a) Supposer le champ magnétique uniforme.
b) Supposer le champ magnétique radial. Δ

18-5 Le cadre d'un galvanomètre comprend 100 spires de forme rectangulaire (largeur 1,5 cm, hauteur 2 cm). Il est placé dans un champ magnétique uniforme de 1000 gauss. Un courant

de 0,1 mA provoque une déflexion de 20°.
a) Quelle est la constante de torsion du système de suspension ?
b) Quelle est la déflexion provoquée par un courant de 0,5 mA ?

Exercices relatifs au chapitre 20

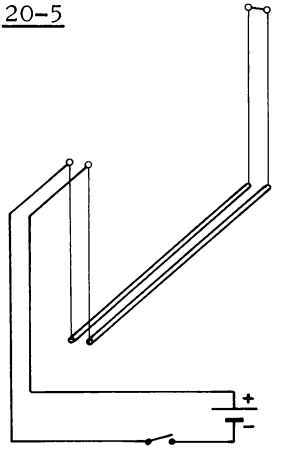
20-1 Une bobine a un diamètre de 5 cm et une longueur de 15 cm. Elle comprend 1200 spires. Quel est le courant qui doit la traverser pour que l'induction produite à l'intérieur soit de 2.10^{-5} T ?

20-2 On a deux courants parallèles, de même sens, de même intensité I et situés à une distance d l'un de l'autre. Calculer l'intensité du champ d'induction qu'ils produisent, en un point situé à la distance d de chacun des fils. Δ

20-3 Un fil de cuivre ayant la forme d'un cylindre de rayon R est parcouru par un courant I. Déterminer l'intensité de l'induction en un point quelconque à l'intérieur et à l'extérieur du fil. Représenter graphiquement cette intensité en fonction de la distance r à l'axe du fil, pour des valeurs de r allant de 0 à 5R. Δ

20-4 Dans deux conducteurs distants de 2 mm circulent des courants de 10 A, en sens inverse. Déterminer la force subie par un tronçon de fil de 10 cm de long. Calculer cette force en g*.

20-5



Deux barrettes de longueur a et de masse m sont placées horizontalement l'une contre l'autre. Elles sont suspendues par des fils souples de longueur L. On relie les fils à une batterie comme l'indique le dessin. Ce système est utilisé comme ampèremètre. Calculer le courant I en fonction de l'angle α formé par l'un des fils avec la verticale.
Application numérique: m = 3 g, $\alpha = 2°$, a = 10 cm, L = 12 cm.

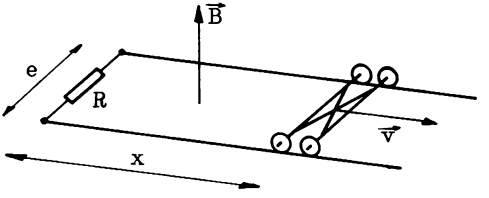
20-6 Un fil de longueur a et de rayon r est enroulé en une seule couche sur une bobine de rayon R. Les spires sont serrées les unes contre les autres. Le fil a une résistivité ρ.

Ses extrémités sont reliées à une source de courant dont la tension aux bornes vaut U. Calculer l'intensité de l'induction à l'intérieur de la bobine.
Application numérique: a = 1 km, r = 0,2 mm, R = 1 cm, $\rho = 1{,}7.10^{-8}$ Ωm, U = 20 V.

Exercices relatifs au chapitre 21

21-1 Une bobine plate comprenant 200 spires est placée dans un champ magnétique uniforme de 0,1 tesla. Elle tourne à la vitesse de 20 tours par seconde autour d'un de ses diamètres, lui-même perpendiculaire aux lignes du champ. Quelle est la tension induite si chaque spire est un cercle de 5 cm de rayon ? ▲

21-2 Un wagonnet est posé sur des rails horizontaux et établit entre eux un contact électrique. Ces rails, séparés par une distance e, sont reliés par une résistance R. Le système se trouve placé dans un champ d'induction dont l'intensité est B et les lignes verticales et dirigées vers le haut. Le wagonnet s'éloigne de la résistance à une vitesse $\vec{v}$, qu'on suppose constante.



a) Exprimer en fonction du temps le flux d'induction à travers la boucle formée par la résistance, le wagonnet et les rails.
b) Déterminer la tension et le courant induits dans cette boucle.
c) Déterminer la force $\vec{F}$ (grandeur, direction, sens) exercée par le champ d'induction sur le wagonnet.
d) On exerce sur le wagonnet une force $\vec{F}'$ qui compense exactement $\vec{F}$. Quel est le travail de $\vec{F}'$ pendant un temps T ?
e) Quelle est la puissance mécanique fournie par l'agent qui exerce la force $\vec{F}'$?
f) Quelle est la puissance électrique dissipée dans la résistance ?
g) Quel commentaire les résultats e) et f) suggèrent-ils ?
h) On change le sens de la vitesse du wagonnet. Indiquer brièvement les changements que cela apporte aux résultats précédemment établis.
Application numérique: B = 0,12 tesla, e = 20 cm, R = 10 ohms, v = 2 m/sec.

21-3 Une bobine est formée de N_1 spires circulaires de rayon R_1. Elle a la forme d'un solénoïde et sa longueur vaut d_1. A l'intérieur de cette bobine se trouve une seconde bobine. Sa longueur est d_2 et elle contient N_2 spires circulaires de

rayon R_2. Les axes des bobines se coupent suivant un angle α. Dans la première bobine circule un courant qui croît linéairement en fonction du temps, selon la formule: $I = k.t$. La seconde bobine est en circuit ouvert. Calculer la tension qui apparaît à ses bornes.
Application numérique: $N_1 = 500$, $N_2 = 1000$, $R_1 = 2{,}5$ cm, $R_2 = 1{,}5$ cm, $d_1 = 10$ cm, $d_2 = 5$ cm, $\alpha = 20^0$, $k = 5$ A/s.

21-4 Un solénoïde est formé de 1000 spires. Il a un diamètre de 20 cm et une longueur de 40 cm. Il est traversé par un courant qui, en 10 secondes, croît régulièrement de 0 à 8 ampères. Un autre solénoïde a 12'000 spires, une longueur de 6 cm et un diamètre de 2 cm. Il est placé dans le premier de sorte que les deux axes se coupent suivant un angle de 18^0. Calculer la tension induite dans le second solénoïde pendant que le courant croît dans le premier. ▲

21-5 Dans un champ d'induction de 0,15 tesla se trouve placée une bobine formée de 100 spires circulaires de 2 cm de diamètre. Le plan des spires forme avec les lignes de champ un angle de 70^0. Les extrémités de la bobine sont reliées à un galvanomètre balistique. La résistance du circuit est de 100 ohms. Calculer la charge qui traverse le galvanomètre
a) si on supprime brusquement le champ magnétique,
b) si on tourne brusquement la bobine de manière que l'angle de 70^0 devienne droit.

Exercices relatifs au chapitre 22

22-1 Trouver la solution générale des équations différentielles suivantes:

a) $y' + 1 = 0$ b) $y' - 5x^2 = 0$ c) $y' = a \sin bx$
d) $y'' = 0$ ▲ e) $x^2y' = 1$ ▲ f) $y' + 1 = 2x^2$
g) $y' + y = 0$ h) $y' - 10y = 0$ ▲ i) $y'' - 2y' = 0$
j) $y''' = 1$ k) $y'' = a \sin x$ l) $3y'' + y' = 0$

22-2 Résoudre les équations différentielles suivantes:

a) $y'' = 5x - 1$ avec la condition: $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$ ▲
b) $y' + 4y = 0$ avec la condition: $y(0) = 10$
c) $6y' - y = 2$ avec la condition: $y(12) = 5$ ▲
d) $y'' + y' = 0$ avec la condition: $y(0) = 0$ et $y'(0) = 4$

22-3 Un condensateur de 4 μF est chargé sous une tension de 100 volts. On le décharge en joignant ses bornes à une résistance R. Quelle doit être la valeur de R pour que la tension du condensateur soit de 1 volt après 2 secondes de décharge ? ▲

22-4 Un condensateur de 1 μF porte une charge de 10^{-4} C. Quelle résistance doit-on brancher à ses bornes pour qu'au bout de 10 secondes, la charge soit le dixième de la valeur primitive ? Quelle est l'intensité du courant au début de la décharge ?

22-5 Un condensateur de 100 pF est chargé sous une tension de 1000 V. On le décharge en joignant ses bornes par une résistance.
a) Quelle doit être la valeur de cette résistance pour que la constante de temps soit de 5 s ?
b) Que vaut le courant au début de la décharge et après 2 s ?

22-6 Un condensateur est formé de deux plaques circulaires de 20 cm de diamètre, distantes de 1 mm. On relie ces plaques à une pile dont la tension électromotrice est de 12 volts et la résistance intérieure de 1 ohm.
a) Combien de temps après l'enclenchement la charge a-t-elle atteint 99 % de sa valeur limite ?
b) Quelle est la valeur limite de la charge et de l'énergie emmagasinées par le condensateur ?

22-7 Une bobine de 2000 spires, constituée par un fil de cuivre dont la section est de 0,4 mm^2, a un diamètre moyen de 5 cm et une longueur de 20 cm. On relie cette bobine à une batterie dont la tension électromotrice est de 6 volts et la résistance interne de 0,1 ohm.
a) Calculer la valeur du courant limite. (Si la résistance du cuivre n'est pas négligeable par rapport à la résistance totale du circuit, on en tiendra compte.)
b) Calculer le temps nécessaire pour que le courant atteigne 99,9 % de sa valeur limite.

Exercices relatifs au chapitre 23

23-1 Les composantes horizontale et verticale du champ magnétique terrestre valant respectivement 0,2 et 0,35 gauss, quelle est l'énergie magnétique contenue dans un volume d'un km^3 ? ▲

23-2 Une bobine a 5000 spires circulaires dont l'aire est de 1 dm^2. La bobine elle-même a une longueur de 20 cm et est traversée par un courant de 20 ampères. Quelle est l'énergie magnétique contenue dans cette bobine ?

23-3 Un solénoïde compte 4000 spires d'un diamètre moyen de 6 cm. Il a une longueur de 25 cm. Il est fait d'un fil de cuivre dont la section est de 0,5 mm^2. On le relie à une source de courant continu dont la tension électromotrice est de 12 volts et la résistance interne de 3 ohms.
a) Calculer la self-induction et la résistance de la bobine.

b) Calculer la valeur du courant un millième, un centième et un dixième de seconde après l'enclanchement.
c) Calculer l'énergie emmagasinée dans cette bobine lorsque le courant a atteint sa valeur limite et la densité d'énergie du champ magnétique dans la bobine.

Exercices relatifs au chapitre 24

24-1 Un fer à repasser porte les indications suivantes: 500 W, 220 V~. Quelle est sa résistance ? Quelle est sa puissance maximum ? Que valent le courant maximum, le courant efficace et le courant moyen qui le traversent lorsqu'il est relié au réseau ? Δ

24-2 Un condensateur de 1 μF est relié au réseau de distribution (220 V, 50 Hz).
a) Quel est le courant qui le traverse ?
b) Quelle devrait être la fréquence du réseau pour que le courant efficace traversant le condensateur soit de 1 ampère ? Δ

24-3 Un électro-aimant branché sur le réseau de distribution (220 V, 50 Hz) est parcouru par un courant efficace de 0,5 A. Que vaut son coefficient de self-induction ? On suppose sa résistance ohmique négligeable.

24-4 Une bobine de résistance ohmique négligeable est branchée sur une source de courant alternatif dont les maxima de tension sont de 100 V et la fréquence de 50 Hz. On constate qu'elle est traversée par un courant dont les maxima valent 1 A. On relie ensuite la même bobine à une autre source de courant, une source dont la tension maximale est de 100 V et la fréquence de 1'000 Hz. Calculer la valeur maximale du nouveau courant.

24-5 Un électro-aimant est branché sur le réseau de distribution. Dans le champ d'induction qu'il crée, on place une petite bobine comprenant N spires circulaires d'aire S. L'axe de la bobine coïncide avec une ligne du champ. Un voltmètre relié à la bobine indique une tension efficace U. Calculer la valeur maximum du champ d'induction à l'endroit où se trouve la bobine.
Application numérique: N = 50, S = 10 cm^2, U = 0,2 V.

24-6 L'enroulement secondaire d'un transformateur comprend 600 spires. On mesure à ses bornes une tension sinusoïdale ayant des maxima de 40 volts et une fréquence de 50 Hz.
a) Trouver l'expression de la tension en fonction du temps.
b) Déterminer la valeur maximum du flux à travers une spire.
c) En admettant que le champ d'induction en dehors du noyau de fer soit négligeable et que ce noyau ait une section car-

rée de 3 cm de côté, déterminer la valeur maximum de l'intensité de l'induction dans le noyau.

Exercices relatifs au chapitre 25

25-1 Un condensateur de 300 pF est relié à une bobine dont la self-induction vaut 0,12 Hy. Calculer la période du circuit oscillant ainsi constitué.

25-2 Un circuit oscillant a une fréquence de 10 kHz. Il est composé d'un condensateur de 50 nF et d'une bobine. Calculer la self-induction de celle-ci.

25-3 On veut réaliser un circuit oscillant ayant la fréquence de 50 s^{-1}. On dispose de 4 condensateurs de 2 μF chacun. Quelle bobine faut-il se procurer et comment faut-il monter le circuit ?

25-4 Un circuit oscillant est constitué d'une bobine de 10 henrys et d'un condensateur de 10 microfarads. Sa résistance ohmique est négligeable. La tension maximum qui apparaît aux bornes du condensateur est de 100 volts.
a) Calculer l'énergie maximum portée par le condensateur.
b) Déterminer le temps qui s'écoule entre deux instants consécutifs où le condensateur porte son énergie maximum.
c) Quelle est la valeur maximum du courant dans le circuit ? ▲

Réponses

1-3 Charge qui apparaîtrait: $3{,}46.10^{5}$ C.

2-1 Intensité du champ électrique: $10^{5}\ \frac{V}{m}$.

Force subie par la charge de 10^{-8} C : 10^{-3} N.

3-1 a) Tension à appliquer: $2{,}79.10^{-12}$ V.

b) Accélération de l'électron: $2{,}11.10^{13}\ m/s^2$.

3-3 $U_{AB} = 1{,}41$ V, $U_{BC} = -0{,}26$ V, $U_{CA} = -1{,}15$ V.

3-5 a) Vitesse des électrons: $\sqrt{v_o^2 - \frac{2eU}{m}}$.

b) Distance de freinage: $\frac{dmv_o^2}{2eU}$. Durée de freinage: $\frac{dmv_o}{eU}$.

3-6 Vitesse acquise par l'électron: $5{,}93.10^{5}\ \frac{m}{s}$.

Vitesse acquise par le proton: $1{,}38.10^{4}\ \frac{m}{s}$.

4-1 $V_A = 4$ V, $V_B = 2$ V, $V_C = -2$ V, $V_D = 0$, $V_E = 2$ V,
$V_F = 0$, $V_G = -2$ V, $V_H = 4$ V, $V_I = 0$.

5-2 a) Flux: $-8\ \frac{m^3}{s}$. b) Flux: $15\ \frac{m^3}{s}$. c) Flux: $7\ \frac{m^3}{s}$.

6-2 Chacune des charges vaut: $1{,}056.10^{-5}$ C.

6-7 Champ électrique à l'intérieur: $\frac{\rho r}{3\varepsilon_o}$.

Champ électrique à l'extérieur: $\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_o r^2}$.

(r = distance au centre de la sphère.)

6-12 Potentiels cherchés: $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o(R + d)} = 359$ V.

Réponses (suite)

$$V' = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(R + d)} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = - 1438 \text{ V.}$$

8-2 a) Capacité du condensateur: 8,86 nF.

b) Charge emmagasinée: $5{,}31.10^{-8}$ C.

c) Nouvelle tension : 600 V.

8-6 Charge portée par le premier condensateur: $\frac{C_1}{C_1 + C_2} Q$.

Charge portée par le second condensateur: $\frac{C_2}{C_1 + C_2} Q$.

8-7 Capacité du condensateur: 2,8 nF.

9-1 Energie perdue: 0,45 J.

9-5 a) Le champ électrique en un point situé à une distance r du centre du système vaut:

$E = 0$ si $r < R_1$ ou si $R_2 < r < R_3$.

$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ si $R_1 < r < R_2$ ou si $r > R_3$.

b) Energie contenue dans le système :

$$\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right).$$

10-1 Courant de décharge: 10^{-7} A.

10-3 $\varepsilon_0 = 8{,}86.10^{-12} \frac{C^2.s^2}{kg.m^3}$.

11-2 a) Résistance du conducteur: 31'800 ohms.

b) Force sur les ions: $2{,}56.10^{-20}$ N.

c) Diamètre du fil de cuivre: 4,12 microns.

Réponses (suite)

11-8 Tension aux bornes de la source: 537 mV.

11-9 a) Vitesse des électrons libres: $1{,}895.10^{-5}\ \frac{m}{s}$.

Mobilité des électrons libres: $5{,}68.10^{-4}\ \frac{m^2}{Vs}$.

b) Vitesse des électrons libres dans le fer: $1{,}25.10^{-5}\ \frac{m}{s}$.

Vitesse des électrons libres dans le cuivre: $2{,}50.10^{-5}\ \frac{m}{s}$.

11-12 b) Les courants cherchés sont indiqués au-dessous des résistances correspondantes:

10 ohms	2 ohms	6 ohms	12 ohms	4 ohms	40 ohms
0,1 A	0,1 A	0,0667 A	0,0333 A	0,1 A	0

Les potentiels sont les suivants:

$V_A = 1$ V, $V_B = 0{,}8$ V, $V_C = 0{,}4$ V, $V_D = 0$.

12-1 a) Tension entre les points A et B: 12 V.

b) Courant cherché: 1,5 A. (Et non 1 A!)

12-2 a) Les courants cherchés sont indiqués au-dessous des résistances correspondantes.

20 ohms	30 ohms	600 ohms	400 ohms	47 ohms
0,12 A	0,08 A	0,08 A	0,12 A	0,2 A

Potentiels: $V_B = V_C = 59{,}8$ V, $V_A = V_E = 57{,}4$ V,

$V_F = 9{,}4$ V, $V_D = 0$.

b) Nouveau potentiel de F: 9,78 V.

12-5 b) Courant dans la rés. de 2 Ω : 1 A, de gauche à droite.
" " " " " 4 Ω : 0.
" " " " " 3 Ω : 1 A, de haut en bas.

Réponses (suite)

Source de 10 V: potentiel de la borne positive: 12 V,
" " négative: 3 V.

Source de 6 V: " " positive: 10 V,
" " négative: 3 V.

Source de 4 V: " " positive: 3 V,
" " négative: 0.

13-2 a) Courant maximum: 3 A.
b) Chaleur dégagée: 35,8 cal.

13-10 a) Tension contre-électromotrice: 210 V.
Résistance interne: 2,78 ohms.
Rendement du moteur: 95,6 %.
b) Courant cherché: 79,2 A.

14-1 a) Courant débité: 0,5 A.
Tension aux bornes de la pile: 5,5 V.
b) Nouvelle valeur du courant: 0,48 A.
c) Chaleur dégagée: 8,23 cal.

14-2 a) Tension cherchée: 3,20 V.
b) Indication du voltmètre: 3,10 V.

14-9 Valeur du shunt: 0,202 ohm.

17-1 Force subie par l'électron: $1{,}602.10^{-19}$ N.
Accélération de l'électron: $1{,}758.10^{11}$ m/s^2.
Rayon de courbure de sa trajectoire: 5,69 m.

17-2 Intensité de l'induction: $1{,}17.10^{-3}$ T.

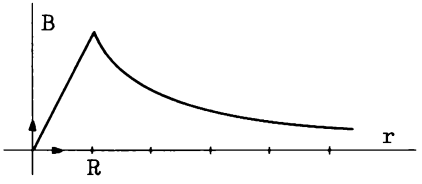
18-2 Angle cherché: arc tg $\frac{IaB}{mg}$ = 21'.

18-4 a) Angle de déviation: 46° 30'.
b) Angle de déviation: 67° 30'.

Réponses (suite)

20-2 Intensité de l'induction: $\frac{\mu_o}{2\pi}.\frac{I}{d}.\sqrt{3}$.

20-3 Intensité de l'induction:



$$B_{int} = \frac{\mu_o}{2\pi}.\frac{Ir}{R^2},$$

$$B_{ext} = \frac{\mu_o}{2\pi}.\frac{I}{r}.$$

21-1 Tension induite: Tension sinusoïdale dont la fréquence vaut 20 s^{-1} et l'amplitude 19,7 V.

21-4 La tension induite est une tension constante de 9,01 mV.

22-1 d) Solution générale: $y = Ax + B$.

e) " " : $y = -\frac{1}{x} + A$.

h) " " : $y = Ae^{10x}$.

22-2 a) Solution: $y = \frac{5}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 1$.

c) " : $y = 0{,}947\ e^{\frac{x}{6}} - 2$.

22-3 Valeur de R: $1{,}086.10^5$ ohms.

23-1 Energie magnétique contenue dans 1 km^3 = $6{,}48.10^5$ J.

24-1 Résistance du fer à repasser: 96,8 ohms.
Puissance maximum: 1000 W.
Courant maximum: 3,22 A.
Courant efficace: 2,28 A.
Courant moyen: 0.

24-2 a) Courant à travers le condensateur: 69,1 mA.
b) Fréquence que devrait avoir le réseau: 724 Hz.

Réponses (suite)

25-4 a) Energie maximum du condensateur: 0,05 J.
b) Temps cherché: 0,0314 s.
c) Valeur maximum du courant: 0,1 A.

INDEX

Les numéros se réfèrent aux paragraphes.

Accélérateurs, 130
Accumulateur, 35
Aimants, 116
 - élémentaires, 118
 - permanents, 118
Alternateur, 165
Alternatif (Courant), 187
Ampère (Unité), 80
 - (Définition de l'), 146
 - (Loi d'), 143
 - Maxwell (Loi d'), 198
Ampèremètre, 80, 109
Anode, 16, 38
Antenne, 203
Auto-induction, 172
Avance de phase, 190

Bipôle, 159
Bobine (Champ dans une), 145
 - d'induction, 181
Boussole, 113

Capacité, 70
 - d'une sphère, 74
Cathode, 16, 38
Causes du champ électrique, 152
 - - magnétique, 199
Champ d'induction, 123
 - - (Mesure du), 164
 - électrique, 17
 - - induit, 149
 - magnétique, 112, 122
 - uniforme, 23, 30
Charge, 1
 - d'un condensateur, 176
 - ponctuelle, 20, 57
Chauffage, 101
Circuit magnétique, 120
 - oscillant, 195
 -s à courants constants, 96
 - - variables, 169
Circulation, 140
 - de l'induction, 141
Condensateur, 69
 - (Charge d'un), 176
 - (Décharge d'un), 175
 - plan, 71
 - sphérique, 73, 78
 -s (Groupement des), 75
Condition initiale, 175
Conductance, 84
Conducteurs, 13, 24
Conductibilité des métaux, 87
Conductivité, 91
Conservation de la charge, 11, 200
 - de l'énergie, 196
 - du courant, 82, 100
Constante de temps, 175, 177
 - diélectrique, 72
 - d'induction, 143
 - d'influence, 56
Contre-électromotrice (Tension), 105
Coulomb, 12, 81
 - (Loi de), 59
Courant, 79
 - alternatif, 187
 - de déplacement, 198
 - enlacé, 142, 201
 - induit, 154
 - monophasé, 194
 - rectiligne, 144
 -s parallèles, 133
 -s triphasés, 194
Court-circuit, 35, 104
Curie (Point de), 119
Cyclotron, 129

Débit, 51
Décharge dans un gaz, 27
 - d'un condensateur, 175
Déclenchement d'une bobine, 178

Déclinaison, 121
Densité de charge, 63
 - de courant, 83, 200
 - d'énergie, 77, 184
Déphasage, 190
Déplacement (Courant de), 199
Désaimantation, 119
Diélectrique, 72
 - (Constante), 72
Différence de potentiel, 42
Différentielles (Equations), 169
Dynamo, 165

Efficaces (Valeurs), 189
Electrique (Champ), 17
Electrisation, 1
Electro-aimant, 120
Electrolyte, 16
Electromagnétique (Champ), 160
Electromètre, 37
Electromotrice (Tension), 98
Electrons, 10
 - libres, 14
 - - (Vitesse des), 87
Electron-volt, 40
Electroscope, 4
Electrostatique, 61
Eléments correspondants, 66
Enclenchement d'une bobine, 177
Energie (Densité d'), 77, 184
 - d'un condensateur, 76
 - d'une bobine, 183
 - du champ d'induction, 184
 - - électrique, 77
 - potentielle d'une particule, 46
Equation de conservation, 200
 -s de Maxwell, 202
 -s différentielles, 169
Equipotentielles (Surfaces), 43
Etincelle, 27
Ether, 203

Farad, 70, 81
Faraday (Cage de), 67
 - (Cylindre de), 68
Ferromagnétiques (Corps), 118
Feuilletage d'un noyau, 180
Flux, 52
 - du champ électrique, 52
 - de courant, 142
 - d'induction, 136
Force sur un courant, 132
 - sur une particule, 18, 126
Foucault (Courants de), 135, 154
Freinage d'un galvanomètre, 168
Fréquence, 187
 - circulaire, 187
Frottement (Electrisation par), 1
Fusible, 97, 104

Galvanomètre, 134
 - balistique, 5
 - (Freinage d'un), 168

Gauss, 124
 - (Lois de), 56, 137
Générateur, 35, 106
 - à courant continu, 166
Giorgi (Système), 81

Hall (Effet), 131
Henry, 81, 173
Hertz, 187
Hydrodynamique, 50

Impédance, 191
 - d'un condensateur, 193
 - d'une bobine, 192
Inclinaison, 121
Induction (Bobine d'), 181
 - (Champ d'), 123
 - (Flux d'), 136
 - (Loi d'), 150
 - mutuelle, 179
 - (Phénomène d'), 148
Influence, 8, 26
 - totale, 68
Instruments de mesure, 109
Intégrale curviligne, 140
 - de surface, 52

Intensité de courant, 80
Ion, 16
Ionisation, 27
Isolant, 3, 13
Joule, 81
 - (Effet), 101, 104

Kirchhoff (Loi de), 100

Laplace (Force de), 132
Lenz (Règle de), 158
Lignes de champ, 19, 50, 113
Longueur d'onde, 203
Lorentz (Force de), 123, 126

Magnétique (Champ), 112
Maille, 100
Maxwell (Equations de), 202
Mesure (Instruments de), 109
Mobilité, 87
Moteur, 105
 - à courant continu, 167
 - asynchrone, 194
 - synchrone, 194
Mouvement d'une particule dans un champ électrique, 40, 49
 - - - magnétique, 127

Neutre, 1
Newton, 81
Noeud, 100
Nord (Pôle), 116
Noyau de fer, 120
 - feuilleté, 180

Ohm, 81, 84
 - (Loi d'), 84, 159
 - -, forme locale, 91
Ondes électromagnétiques, 203
 - - stationnaires, 203
Oscillant (Circuit), 195
Oscillographe, 38

Parallèle (En), 75, 93
Phase (En), 188
Pile, 35
Pointes, 64
Polarisation, 72
Pôles magnétiques, 116
Pondéromotrice (Force), 132
Potentiel, 41, 153
 - (Différence de), 42
Potentiomètre, 92
Poynting (Vecteur de), 185
Primaire, 180
Produit vectoriel, 125
Puissance consommée, 182
 - - moyenne, 190
 - transportée, 186
Puits, 53
Pulsation, 187

Rayons, 203
Relativité, 160
Rendement, 105
Résistance, 84
 - interne, 98, 105
 -s (Groupement des), 93
Résistivité, 85
Rühmkorff (Bobine de), 181

Secondaire, 180
Self-induction, 172
 - - (Coefficient de), 173
 - - - d'un solénoïde, 174
Sens du courant, 15
Série (En), 75, 93
Shunts, 110
Solénoïde, 115, 145
Solution électrolytique, 16
 - générale, 169
 - particulière, 169
Sonnerie (Dispositif de), 181
Source de courant, 35, 98
 -s et puits, 53
Spectre des ondes é.m., 203
 - magnétique, 113
Structure de la matière, 9
Sud (Pôle), 116
Supraconductibilité, 86
Surfaces équipotentielles, 43

Synchrotron, 130

Tension, 28
- aux bornes d'un bipôle, 159
- - d'une source, 98
- circulaire, 32
- contre-électromotrice, 105
- électromotrice, 98, 106
- induite, 152, 162
-s indépendantes des chemins, 33
Terre, 3
Tesla, 81, 124
Tire-bouchon, 115, 125
- - à gauche, 149
Transformateur, 180
Transport d'énergie, 107, 186
Travail et tension, 34
Tube de champ, 50, 60, 138

Unités MKSA, 81

Van de Graaff (Générateur de), 7
Vectoriel (Produit), 125
Volt, 29, 81
Voltmètre, 109
- électrostatique, 37

Watt, 81
Weber, 136
Weiss (Domaines de), 118
Wheatstone (Pont de), 95

TABLE DES MATIERES

Pages

Avant-propos 5
Préface 6

Première partie

LA CHARGE ET LE CHAMP ELECTRIQUE

Chapitre 1: CHARGE 11

A. ASPECT MACROSCOPIQUE

§ 1 Electrisation par frottement
§ 2 Propriété fondamentale des charges
§ 3 Transport et répartition des charges
§ 4 Electroscope
§ 5 Instrument de mesure: Galvanomètre balistique
§ 6 Addition algébrique des charges
§ 7 Générateur de Van de Graaff
§ 8 Phénomène d'influence

B. ASPECT MICROSCOPIQUE

§ 9 Structure de la matière
§ 10 Excès et défauts d'électrons
§ 11 Conservation de la charge
§ 12 Unité de charge

C. MOUVEMENTS DE CHARGES

§ 13 Conducteurs et isolants
§ 14 Courant dans un métal
§ 15 Sens du courant
§ 16 Courant dans une solution électrolytique

Chapitre 2: CHAMP ELECTRIQUE 23

A. PROPRIETE FONDAMENTALE ET DEFINITION

§ 17 Introduction
§ 18 Définition du champ électrique
§ 19 Lignes de champ

B. APPLICATIONS

§ 20 Champ produit par une charge ponctuelle
§ 21 Champ produit par un ensemble de charges
§ 22 Mise en évidence expérimentale du champ électrique
§ 23 Champ uniforme
§ 24 Champ dans un conducteur
§ 25 Champ électrostatique
§ 26 Explication du phénomène d'influence
§ 27 Décharge dans un gaz

Chapitre 3: TENSION 32

A. DEFINITION ET PROPRIETES

§ 28 Définition
§ 29 Unité de tension
§ 30 Tension dans un champ uniforme
§ 31 Propriétés de la tension
§ 32 Tensions circulaires
§ 33 Tensions indépendantes des chemins
§ 34 Travail effectué par le champ électrique

B. APPLICATIONS

§ 35 Sources de courant
§ 36 Tension dans un champ électrostatique
§ 37 Instrument de mesure: Electromètre
§ 38 Oscillographe cathodique - Description
§ 39 Oscillographe cathodique - Etude quantitative
§ 40 Electron-volt

Chapitre 4: POTENTIEL 48

A. DEFINITION ET PROPRIETES

§ 41 Définition
§ 42 Différence de potentiel
§ 43 Surfaces équipotentielles
§ 44 Changement du point de référence
§ 45 Analogie entre le potentiel et l'altitude
§ 46 Potentiel et énergie potentielle

B. APPLICATIONS

§ 47 Potentiel dans un champ électrostatique
§ 48 Potentiel dans un circuit
§ 49 Mouvement d'une particule libre dans un champ électrique

Chapitre 5: HYDRODYNAMIQUE ET NOTION DE FLUX 55

§ 50 Introduction
§ 51 Débit dans un tuyau
§ 52 Définition du flux

§ 53 Sources et puits
§ 54 Flux à travers une surface fermée

Chapitre 6: LOI DE GAUSS RELATIVE AU CHAMP ELECTRIQUE . 62

A. LOI DE GAUSS

§ 55 Flux du champ électrique
§ 56 Relation entre les charges et le champ qu'elles produisent

B. APPLICATIONS

§ 57 Champ produit par une charge ponctuelle
§ 58 Potentiel dans le champ d'une charge ponctuelle
§ 59 Loi de Coulomb
§ 60 Tube de champ

Chapitre 7: ELECTROSTATIQUE 69

§ 61 Rappels
§ 62 La place des charges sur les conducteurs
§ 63 Champ électrique au voisinage d'un conducteur
§ 64 Répartition des charges sur un conducteur
§ 65 Champ produit par une sphère métallique chargée
§ 66 Champ entre des conducteurs
§ 67 Champ à l'intérieur d'un conducteur creux
§ 68 Influence totale

Chapitre 8: CONDENSATEURS 75

A. DEFINITIONS

§ 69 Introduction
§ 70 Capacité

B. APPLICATIONS

§ 71 Condensateur plan
§ 72 Condensateur plan avec diélectrique
§ 73 Condensateur sphérique
§ 74 Capacité d'une sphère
§ 75 Groupement des condensateurs

Chapitre 9: ENERGIE DU CHAMP ELECTRIQUE 84

§ 76 Energie d'un condensateur chargé
§ 77 Densité d'énergie du champ électrique
§ 78 Energie du champ d'un condensateur sphérique

Deuxième partie

LE CHAMP ELECTRIQUE ET LE COURANT

Chapitre 10: COURANT 91

§ 79 Introduction et rappels
§ 80 Intensité d'un courant
§ 81 Le système d'unités MKSA ou Giorgi
§ 82 Conservation du courant
§ 83 Densité de courant

Chapitre 11: RESISTANCE 98

A. LOI D'OHM

§ 84 Loi d'Ohm et définition de la résistance
§ 85 Résistance d'un conducteur cylindrique
§ 86 Variation de la résistivité en fonction de la température

B. ETUDE THEORIQUE DE LA CONDUCTIBILITE DANS LES METAUX

§ 87 Champ électrique et vitesse des électrons libres
§ 88 Vitesse des électrons libres et courant
§ 89 Etablissement théorique de la loi d'Ohm
§ 90 Calcul de la vitesse des électrons libres
§ 91 Forme locale de la loi d'Ohm

C. APPLICATIONS

§ 92 Potentiomètre
§ 93 Groupement des résistances
§ 94 Fils de connexion
§ 95 Mesure des résistances

Chapitre 12: CIRCUITS A COURANTS CONSTANTS 111

§ 96 Introduction
§ 97 Exemples de circuits usuels
§ 98 Tension électromotrice et tension aux bornes
§ 99 Circuits ramifiés simples
§ 100 Lois de Kirchhoff

Chapitre 13: PUISSANCE 117

A. LOIS GENERALES

§ 101 Effet Joule
§ 102 Puissance associée à un courant
§ 103 Puissance consommée ou fournie par un appareil

B. APPLICATIONS

§ 104 Applications de l'effet Joule
§ 105 Moteur
§ 106 Générateur
§ 107 Perte d'énergie dans les lignes de transmission
§ 108 Charge d'un condensateur

Chapitre 14: INSTRUMENTS DE MESURE 124

§ 109 Ampèremètre et voltmètre
§ 110 Shunts
§ 111 Récapitulation

Troisième partie

LE COURANT ET LE CHAMP MAGNETIQUE

Chapitre 15: CHAMP MAGNETIQUE 129

§ 112 Introduction
§ 113 Lignes de champ
§ 114 Intensité du champ
§ 115 Règle du tire-bouchon

Chapitre 16: AIMANTS 133

§ 116 Pôles
§ 117 Expérience de l'aimant brisé
§ 118 Aimants élémentaires
§ 119 Désaimantation
§ 120 Electro-aimants
§ 121 Champ magnétique terrestre.

Chapitre 17: CHAMP D'INDUCTION 139

A. FORCE DE LORENTZ ET DEFINITION DE L'INDUCTION

§ 122 Mise au point concernant les noms
§ 123 Définition du champ d'induction
§ 124 Unités
§ 125 Produit vectoriel
§ 126 Expression générale de la force de Lorentz

B. APPLICATIONS

§ 127 Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique
§ 128 Mouvement d'une particule dans un champ uniforme

§ 129 Cyclotron
§ 130 Autres accélérateurs de particules
§ 131 Effet Hall

Chapitre 18: FORCE DE LAPLACE 148

A. FORCE DE LAPLACE

§ 132 Action d'un champ magnétique sur un courant

B. APPLICATIONS

§ 133 Action réciproque de deux courants parallèles
§ 134 Galvanomètre
§ 135 Courants de Foucault

Chapitre 19: LOI DE GAUSS RELATIVE AU CHAMP D'INDUCTION 153

A. LOI DE GAUSS

§ 136 Flux d'induction
§ 137 Flux d'induction à travers une surface fermée

B. APPLICATIONS

§ 138 Tube de champ
§ 139 Flux à travers une courbe fermée

Chapitre 20: LOI D'AMPERE 156

A. LOI D'AMPERE

§ 140 Circulation
§ 141 Circulation de l'induction
§ 142 Courant à travers une courbe fermée
§ 143 Relation entre les courants et le champ d'induction qu'ils produisent

B. APPLICATIONS

§ 144 Champ produit par un courant rectiligne
§ 145 Champ produit par un solénoïde
§ 146 Action réciproque de deux courants parallèles

Quatrième partie

LE CHAMP MAGNETIQUE ET LE CHAMP ELECTRIQUE

Chapitre 21: LOI D'INDUCTION 165

A. LOI D'INDUCTION

§ 147 Avertissement
§ 148 Expérience fondamentale
§ 149 Champ électrique induit
§ 150 Relation entre les variations du champ d'induction et le champ électrique qu'elles créent
§ 151 Exemple d'application de la loi d'induction
§ 152 Le champ électrique et ses deux causes
§ 153 Existence du potentiel électrique

B. CONDUCTEUR DANS UN CHAMP ELECTRIQUE INDUIT

§ 154 Effet d'induction dans un conducteur massif
§ 155 Spire perpendiculaire à un champ d'induction variable
§ 156 Spire dans une position quelconque
§ 157 Effet d'induction dans une bobine
§ 158 Règle de Lenz
§ 159 Loi d'Ohm

C. EXTENSION DE LA LOI D'INDUCTION

§ 160 L'unité du champ électromagnétique
§ 161 Spire en mouvement dans un champ magnétique constant
§ 162 Calcul de la tension induite à partir de la force de Lorentz
§ 163 Discussion du résultat trouvé

D. APPLICATIONS

§ 164 Mesure d'un champ d'induction
§ 165 Principe de l'alternateur
§ 166 Principe du générateur à courant continu
§ 167 Principe du moteur à courant continu
§ 168 Freinage d'un galvanomètre

Chapitre 22: CIRCUITS A COURANTS VARIABLES 188

A. EQUATIONS DIFFERENTIELLES

§ 169 Généralités
§ 170 Quelques exemples
§ 171 L'essai d'une solution

B. SELF-INDUCTION

§ 172 Introduction
§ 173 Forme particulière de la loi d'induction
§ 174 Coefficient de self-induction d'un solénoide

C. EXEMPLES DE CIRCUITS

§ 175 Décharge d'un condensateur
§ 176 Charge d'un condensateur
§ 177 Enclenchement du courant dans une bobine
§ 178 Déclenchement du courant dans une bobine

D. INDUCTION MUTUELLE

§ 179 Introduction
§ 180 Transformateur
§ 181 Bobine d'induction

Chapitre 23: ENERGIE DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE 204

§ 182 Puissance consommée par un appareil
§ 183 Energie d'une bobine parcourue par un courant
§ 184 Densité d'énergie du champ d'induction
§ 185 Energie du champ électromagnétique
§ 186 Puissance transportée par une ligne de transmission

Chapitre 24: COURANTS ALTERNATIFS 211

§ 187 Considérations générales
§ 188 Courant dans une résistance
§ 189 Valeurs efficaces
§ 190 Puissance consommée par un appareil
§ 191 Impédance
§ 192 Courant dans une bobine
§ 193 Courant à travers un condensateur
§ 194 Courants triphasés

Chapitre 25: CIRCUIT OSCILLANT 223

§ 195 Principe
§ 196 Les transformations d'énergie
§ 197 Traitement mathématique du problème

Chapitre 26: LOI D'AMPERE-MAXWELL 228

§ 198 Introduction
§ 199 Courant de déplacement et loi d'Ampère-Maxwell
§ 200 Equation de conservation de la charge
§ 201 Note
§ 202 Equations de Maxwell
§ 203 Ondes électromagnétiques

Annexe

TOPOGRAPHIE DE CHAMPS ELECTRIQUES
(Voir § 18 et suivants)

Les figures qui suivent ont été dessinées, plusieurs années après la première édition de cet ouvrage, au moyen d'un traceur de courbes piloté par un micro-ordinateur.

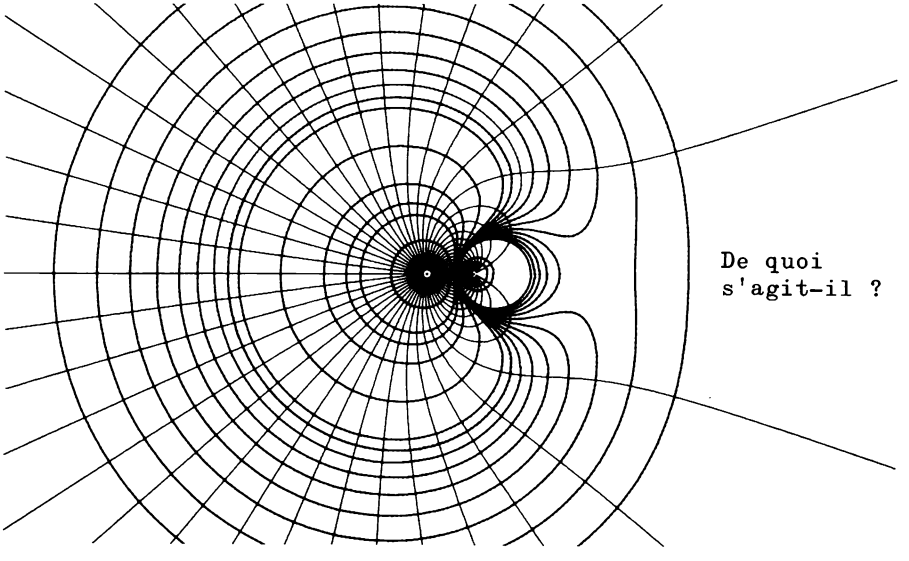
On observera en particulier les propriétés suivantes:

1. Dans le voisinage immédiat d'une charge ponctuelle, l'influence de celle-ci est prépondérante, et celle des autres est effacée. On a donc un champ radial divergent autour de chaque charge positive et un champ radial convergent autour de chaque charge négative.

2. A grande distance d'un ensemble de charges, celui-ci apparaît comme un point. Le champ est donc le même que celui que produirait une charge ponctuelle unique, égale à la somme des charges de l'ensemble. Si cette somme est positive, on a un champ radial divergent. Si elle est négative, on a un champ radial convergent. Si elle est nulle, il n'y a pas de champ électrique.

Les lignes de champ vont donc toujours
- d'une charge positive à une charge négative
- ou d'une charge positive à l'infini
- ou de l'infini à une charge négative.

Ici "l'infini" signifie "d'autres charges, très éloignées".



De quoi s'agit-il ?

Figure 1

Champ électrique créé par deux charges égales, +1 et +1.

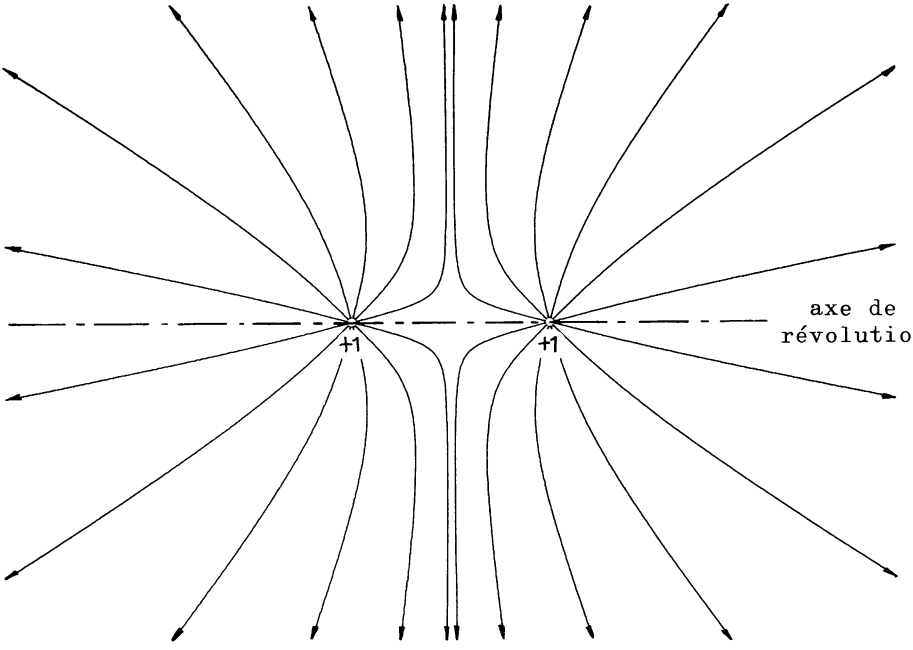
Tous les systèmes de charges envisagés dans cette annexe présentent une symétrie de révolution. C'est-à-dire qu'ils sont invariants lors d'une rotation autour d'un axe (la droite sur laquelle les charges sont placées). Il s'ensuit que tous les champs électriques obtenus possèdent aussi cette symétrie de révolution. Chaque figure présente une coupe du champ électrique dans un plan quelconque passant par l'axe. La planéité du dessin ne doit pas faire oublier que le champ électrique se situe dans un espace à trois dimensions.

Figure 2

Champ électrique créé par une charge +2 et une charge +1.

On remarque des champs radiaux dans le voisinage des charges. A grande distance, on observe également un champ radial, l'ensemble des deux charges s'y comportant comme une charge ponctuelle unique +3.

Lorsque le champ est produit par un ensemble de charges ponctuelles (figures 1 à 10), les lignes de champ ne changent pas si la valeur de chacune des charges est multipliée par le même facteur positif. C'est pourquoi l'unité de charge n'est jamais spécifiée. Si le signe de chaque charge est inversé, seule change l'orientation des lignes.


axe de
révolution
+1
+1

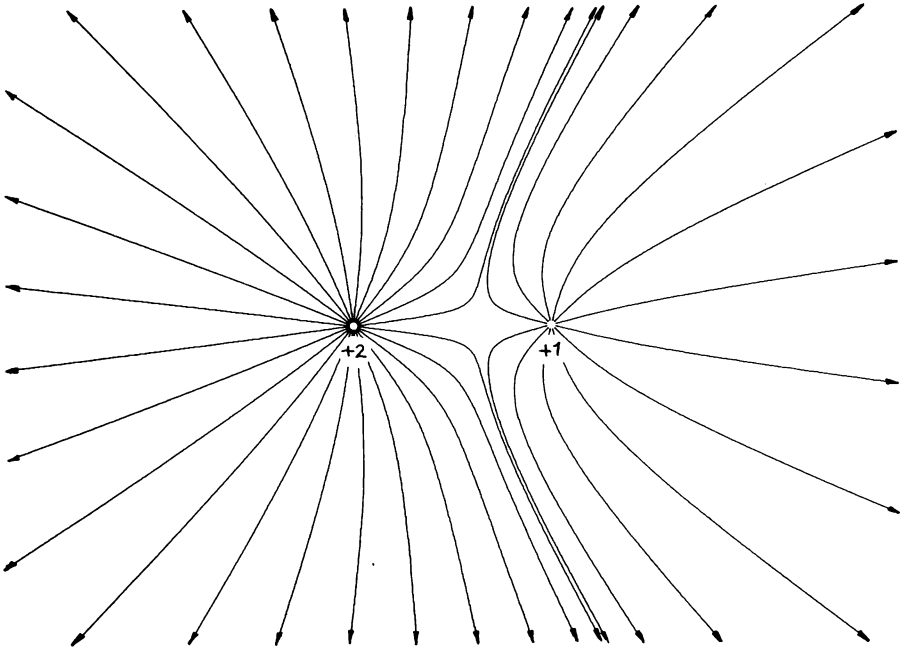

+2
+1

Figure 3

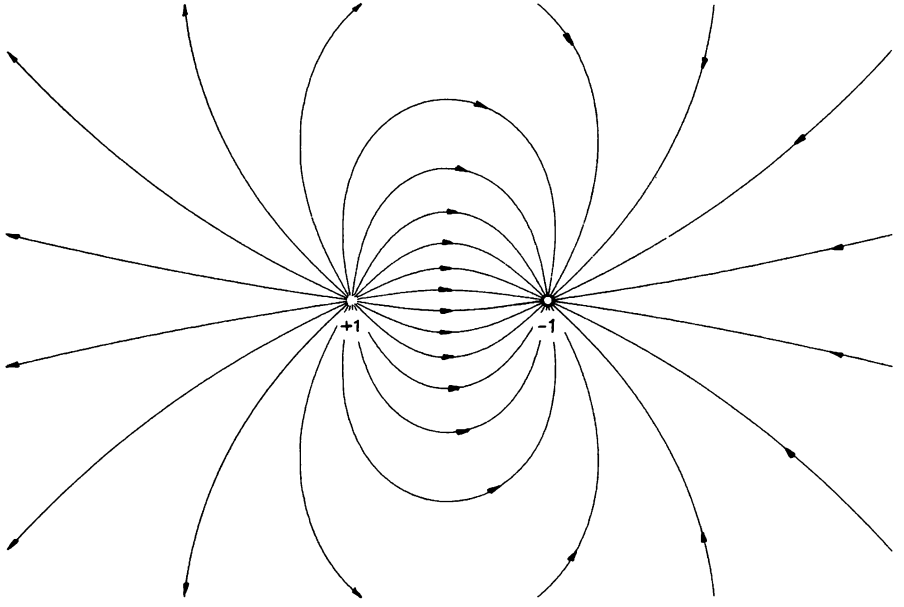
Champ électrique créé par deux charges opposées, +1 et -1.

Toutes les lignes de champ partant de la charge positive aboutissent à la charge négative. A grande distance, il n'y a plus de champ, la charge totale du système étant nulle.

Figure 4

Champ créé par une charge +2 et une charge -1.

La moitié des lignes de champ issues de la charge +2 aboutit à la charge -1. L'autre moitié s'évase et donne naissance à un champ radial divergent. A grande distance, le champ est le même que celui d'une charge +1.


+1
-1

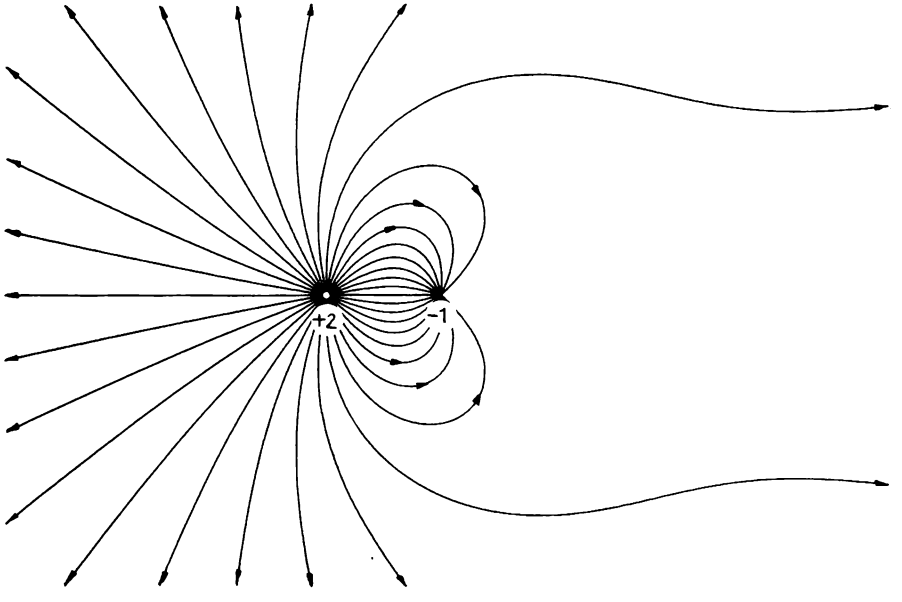

+2
-1

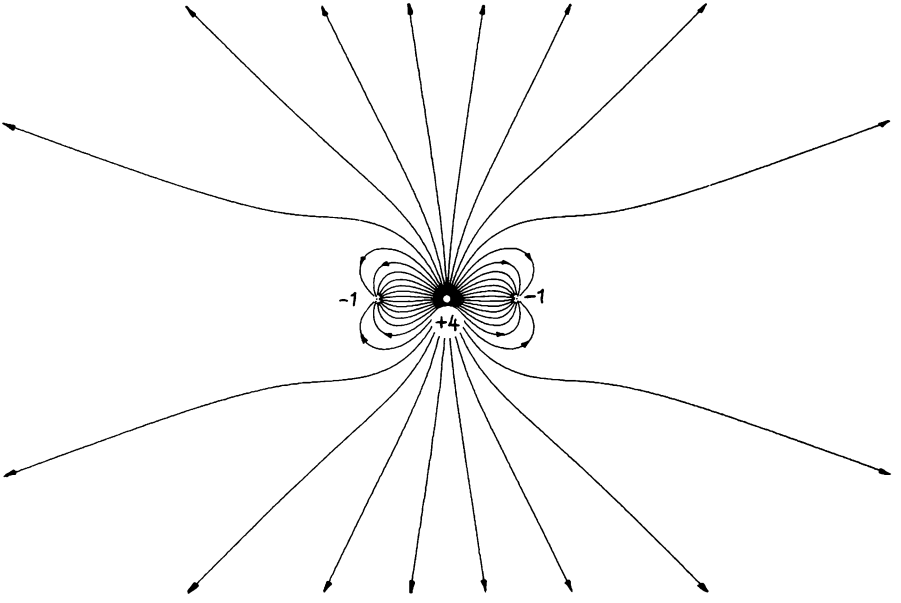
Figure 5

Champ créé par des charges -1, +4 et -1.

Figure 6

Champ créé par des charges -1, +3 et -1.

En comparant les figures 5, 6 et 7, on voit que la charge totale du système devenant de plus en plus petite, il y a de moins en moins de lignes de champ allant à l'infini.


-1
-1
+4

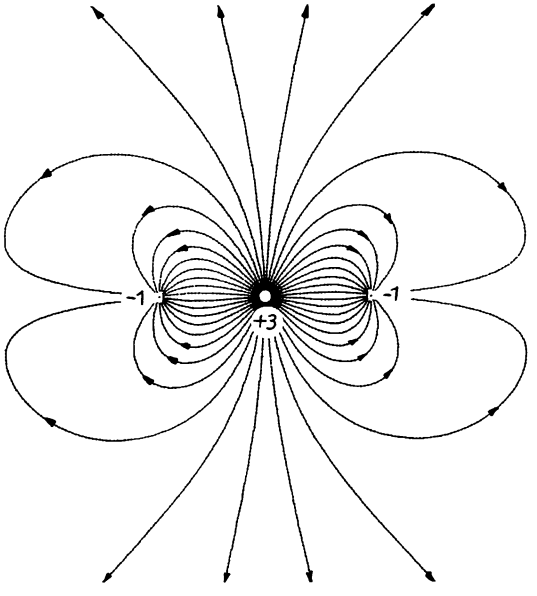
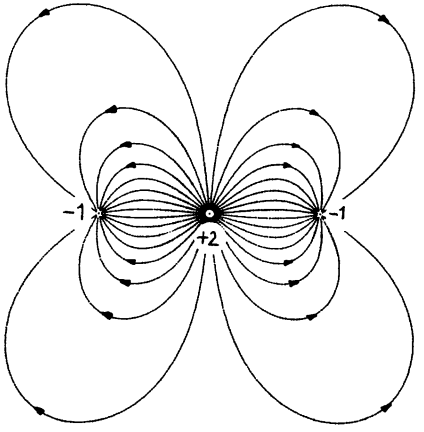

-1
-1
+3

Figure 7

Champ créé par des charges -1, +2 et -1.

Figure 8

Champ créé par des charges -2, +3 et -1.


−1
+2
−1

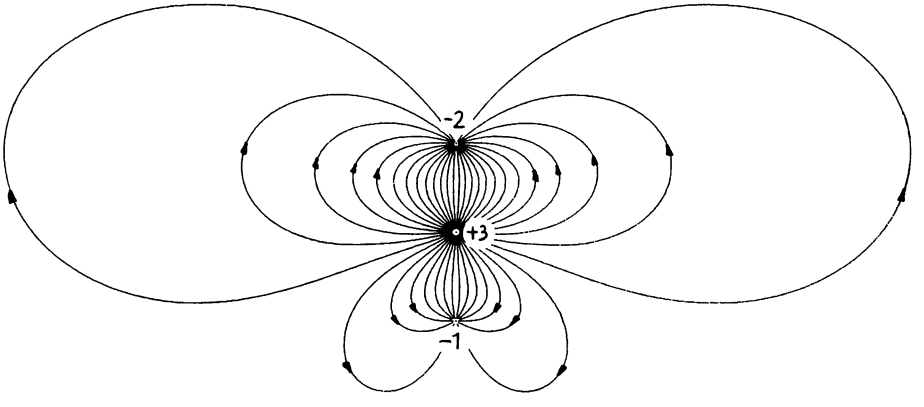

-2
+3
−1

Figure 9

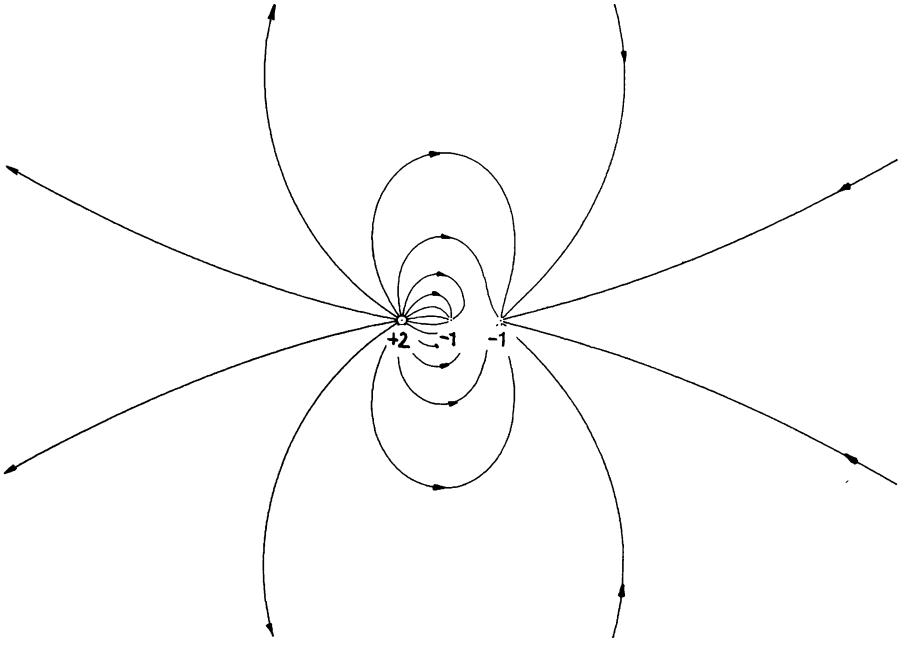
Champ créé par des charges +2, -1 et -1.

On remarque l'analogie avec la figure 3. La charge totale du système étant nulle, les lignes de champ partant de la charge positive aboutissent à l'une ou l'autre des charges négatives. Il suffirait de serrer l'une contre l'autre les deux charges négatives pour obtenir la figure 3.

Figure 10

Champ créé par des charges -1, +1 et -1.

La charge totale du système étant négative, on a, à grande distance, un champ radial convergent.


+2
-1
-1

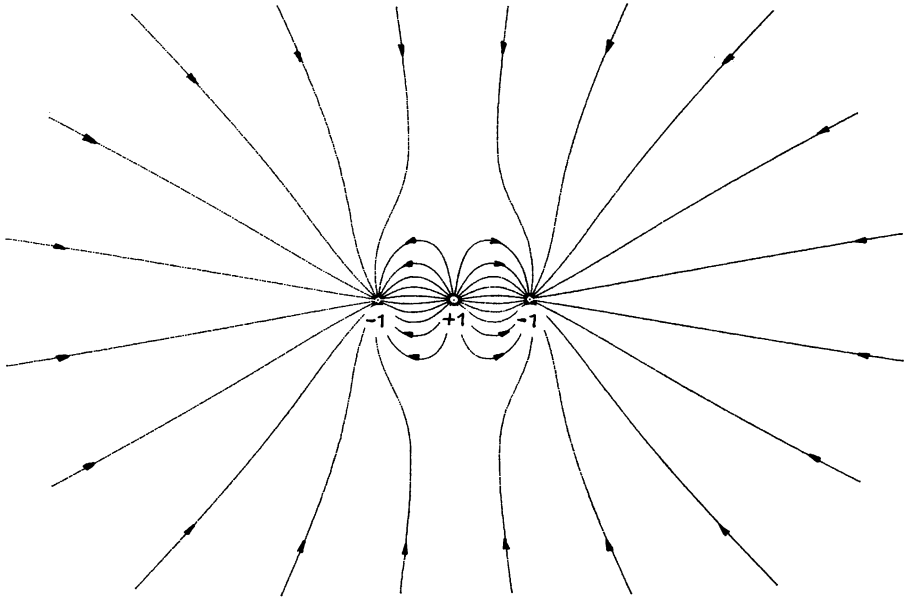
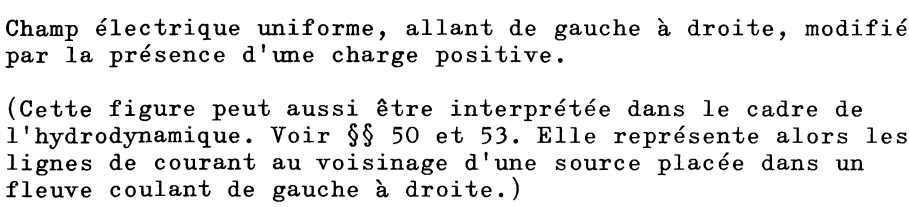

-1
+1
-1

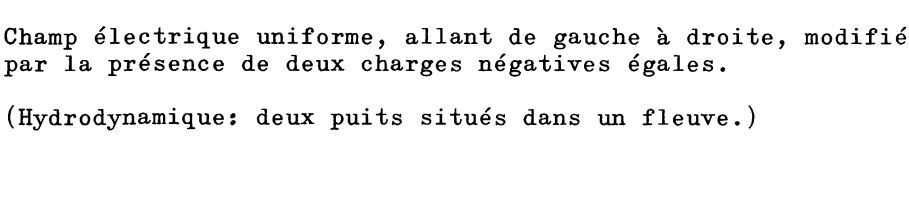
Figure 11



Champ électrique uniforme, allant de gauche à droite, modifié par la présence d'une charge positive.

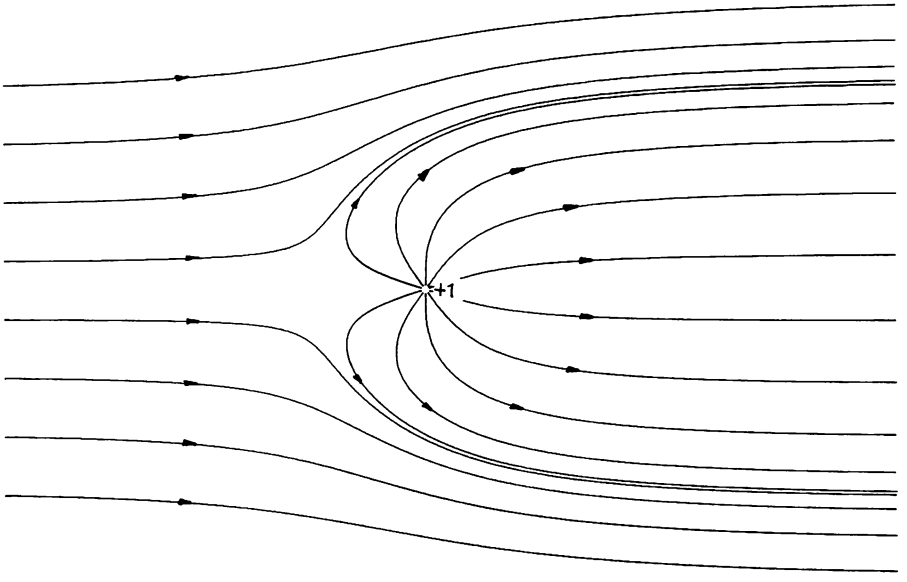
(Cette figure peut aussi être interprétée dans le cadre de l'hydrodynamique. Voir §§ 50 et 53. Elle représente alors les lignes de courant au voisinage d'une source placée dans un fleuve coulant de gauche à droite.)

Figure 12



Champ électrique uniforme, allant de gauche à droite, modifié par la présence de deux charges négatives égales.

(Hydrodynamique: deux puits situés dans un fleuve.)


+1

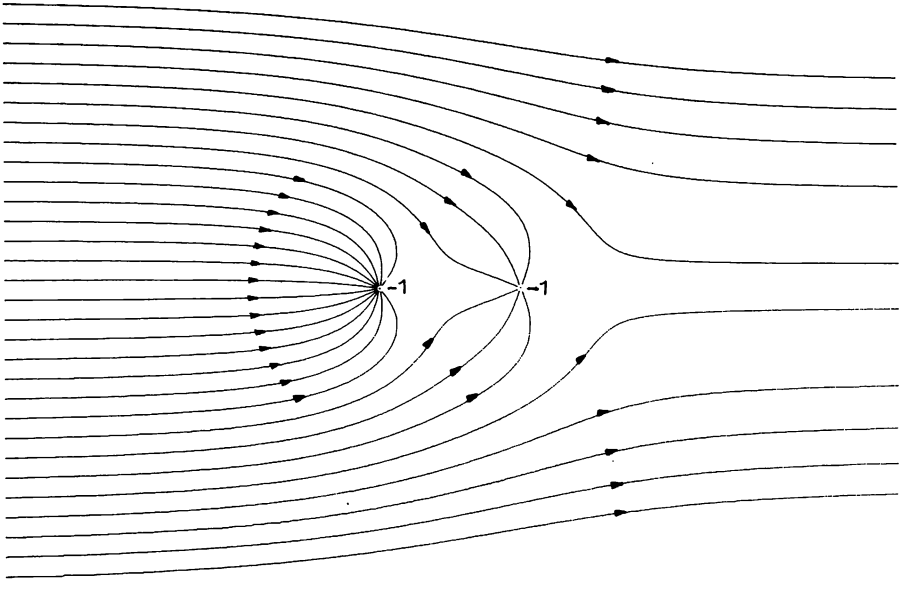

-1
-1

Figure 13

Champ uniforme, orienté vers la droite, contenant une charge positive et une charge négative de même grandeur.

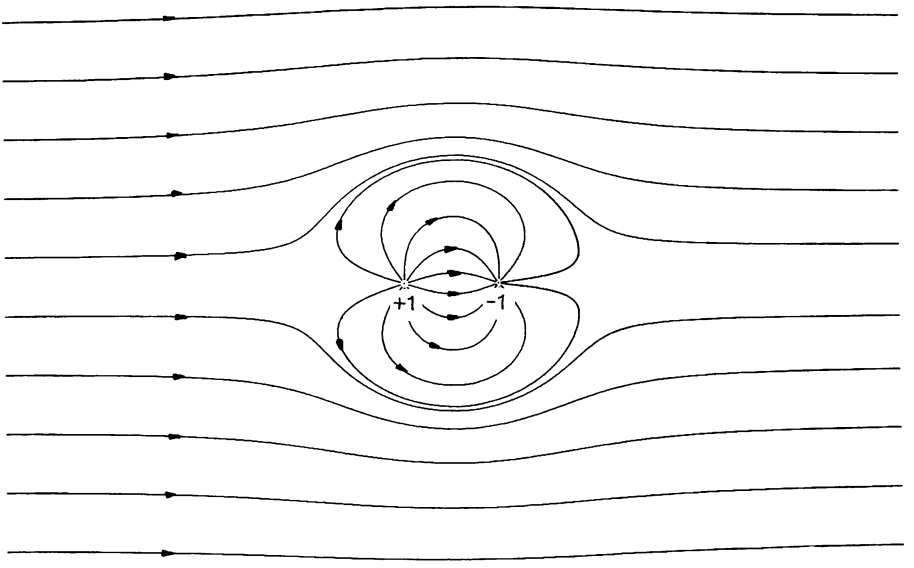
Cette figure, comme la suivante, est parente de la figure 3.

(Hydrodynamique: fleuve contenant une source et un puits.)

Figure 14

Champ uniforme, orienté vers la droite, contenant une charge négative et une charge positive de même grandeur.

(Hydrodynamique: fleuve contenant un puits et une source.)


+1
-1

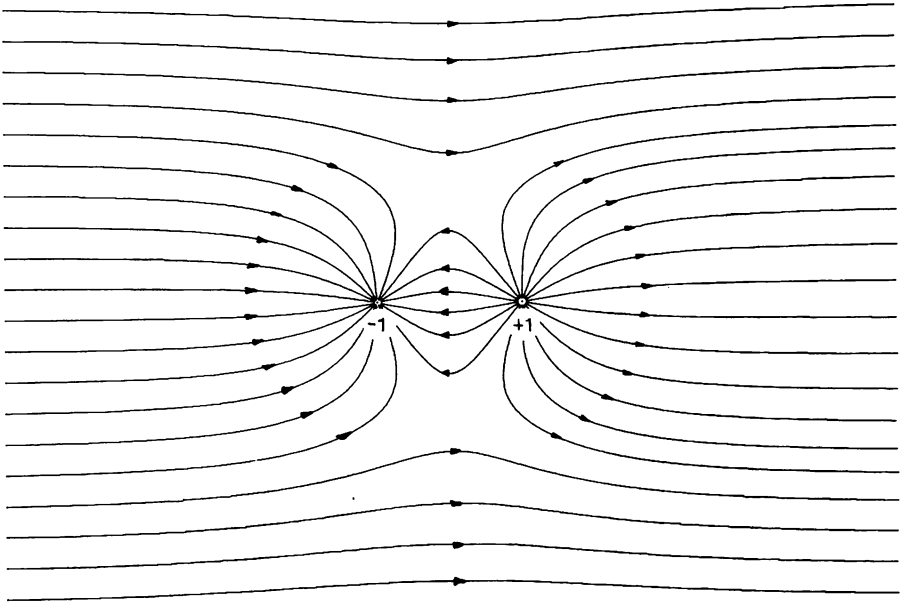

-1
+1

Figure 15

Champ uniforme, orienté vers la droite, contenant une charge +2 et une charge -1.

Observer la parenté avec la figure 4.

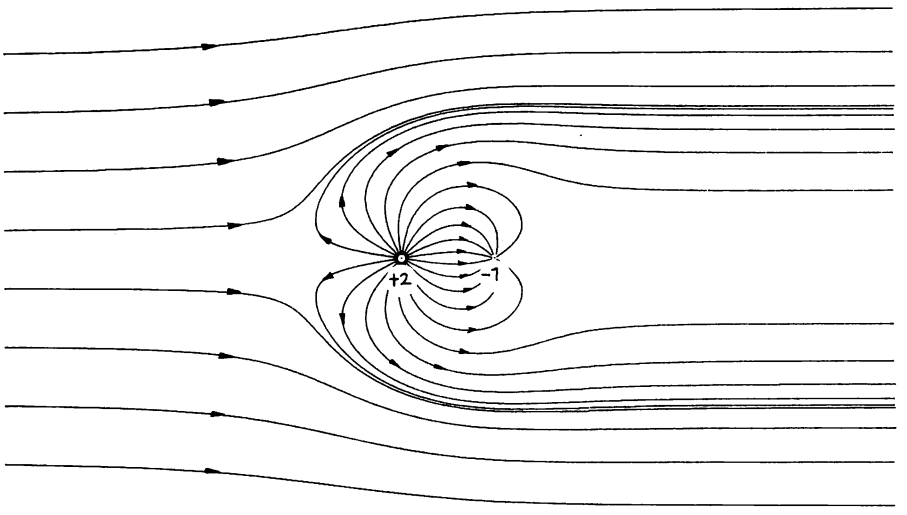
(Hydrodynamique: fleuve contenant une source de débit +2 et un puits de débit -1.)

Figure 16

Champ uniforme, orienté vers la droite, contenant des charges -1, +2 et -1.

Observer la parenté avec la figure 7.

(Hydrodynamique: fleuve contenant une source et deux puits, de débit total nul.)


+2
-1

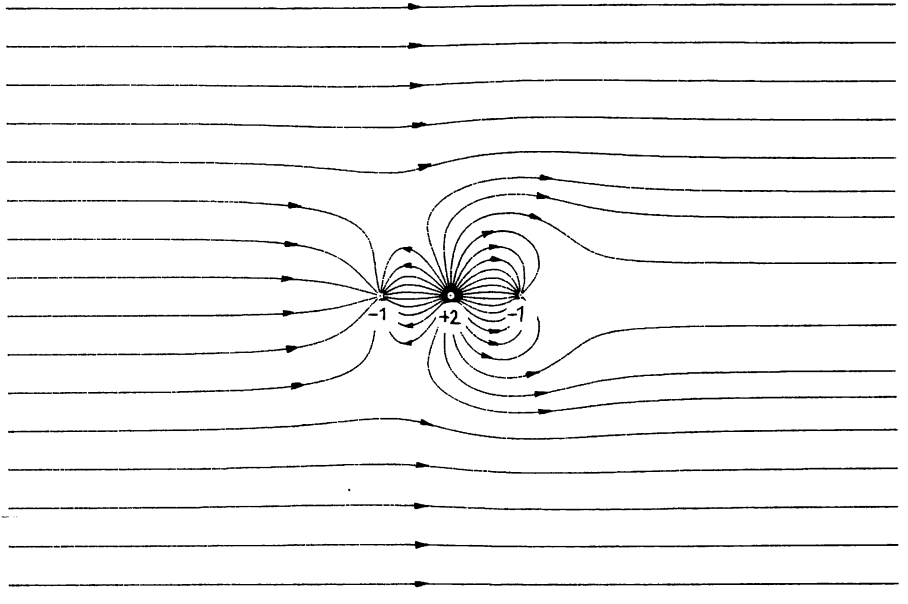

-1
+2
-1

Figure 17

Champ électrique créé par deux charges positives égales et surfaces équipotentielles. Voir § 43.

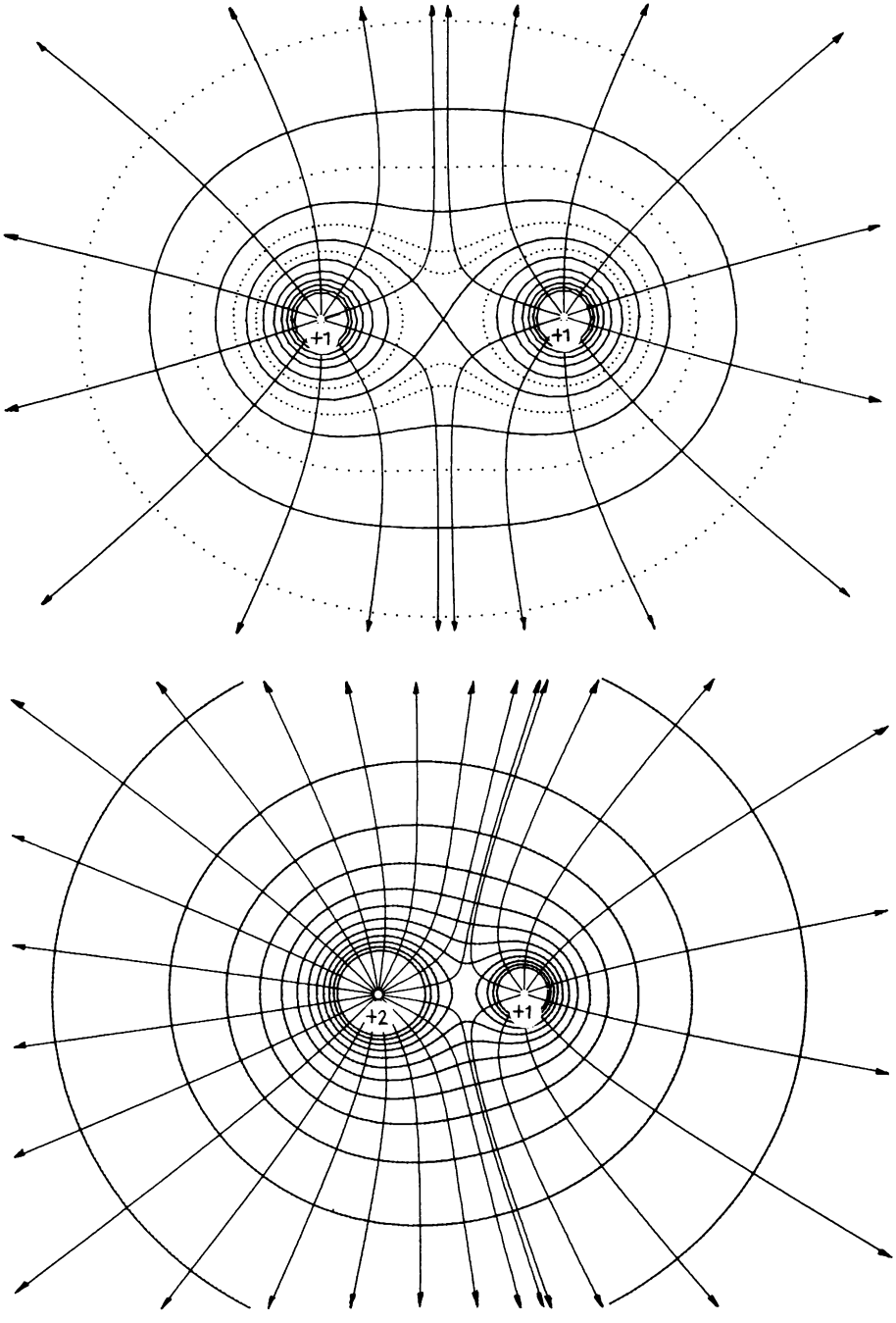
Dans le voisinage des charges, comme à grande distance de celles-ci, le champ électrique est radial. Les surfaces équipotentielles tendent alors vers des sphères.

Conformément à la remarque générale faite à propos de la figure 1, il convient de se souvenir que nos dessins représentent des coupes planes de situations dans un espace à trois dimensions. Ils montrent donc, outre les lignes de champ, des lignes équipotentielles, perpendiculaires à ces dernières. Les surfaces équipotentielles sont engendrées par la rotation des lignes équipotentielles autour de l'axe de révolution (la droite passant par les deux charges).

Figure 18

Champ électrique créé par des charges +2 et +1 et surfaces équipotentielles.

Cette figure, comme la précédente, peut être interprétée dans le cadre de l'analogie entre le potentiel et l'altitude. Voir § 45. La figure fait penser à une carte de géographie. Les lignes équipotentielles correspondent aux courbes de niveau. On aperçoit deux montagnes et un col entre elles. Plus bas, les deux montagnes sont fondues en une seule. Les lignes de champ correspondent aux lignes de plus grande pente.


+1
+1
+2
+1

Constantes physiques

Charge de l'électron: $-1{,}602.10^{-19}$ C.

Masse de l'électron: $0{,}911.10^{-30}$ kg.

Masse du proton: $1{,}672.10^{-27}$ kg.

Masse du deuton: $3{,}34.10^{-27}$ kg.

Masse de la particule α: $6{,}65.10^{-27}$ kg.

Constante d'influence: $\varepsilon_o = 8{,}86.10^{-12} \frac{As}{Vm}$.

Constante d'induction: $\mu_o = 4\pi.10^{-7} \frac{Vs}{Am}$.

Constante de gravitation: $6{,}67.10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$.

Vitesse de la lumière dans le vide: $c = 3{,}00.10^{8} \frac{m}{s}$.

Nombre d'Avogadro: $6{,}02.10^{23}$ mol^{-1}.

Equivalences:

Kilogramme-force: 1 kg* = 9,81 N.

Cheval-vapeur: 1 Ch = 736 W.

Calorie: 1 cal = 4,19 J.

Electron-volt: 1 eV = $1{,}602.10^{-19}$ J.

Valeurs de la constante diélectrique: page 79.

Valeurs de la résistivité: page 100.

Tous droits de reproduction réservés.